

素粒子標準模型

Flavor Physics Workshop 2018/10/30

宇宙線研究所 伊部昌宏

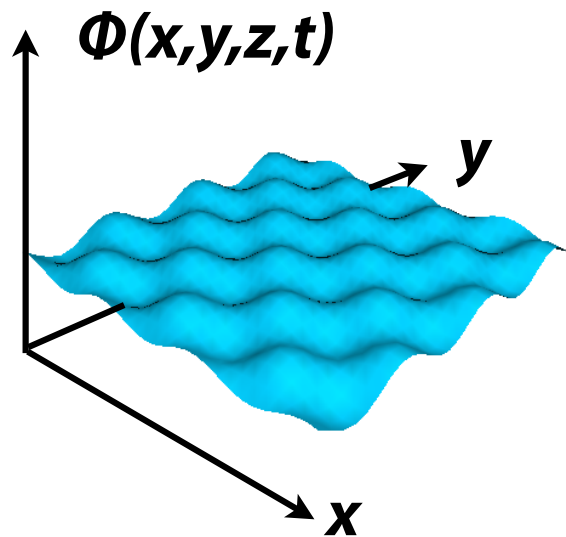
素粒子標準模型

= 物質粒子とゲージ粒子で構成された
有限個のパラメータで記述できる理論

Flash Review on Quantum Field Theory

素粒子理論

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$



物質粒子 = 物質場 (例：電子場)

ゲージ粒子 = ゲージ場 (例：光子)

Flash Review on Quantum Field Theory

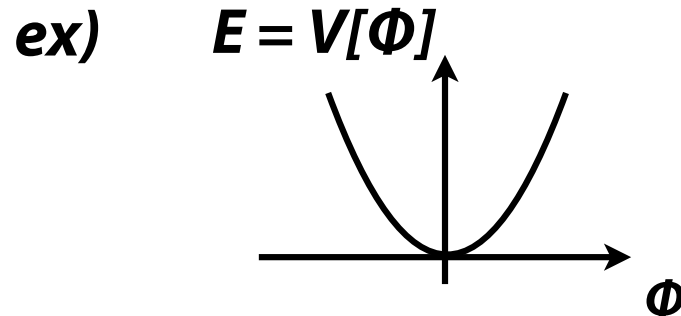
粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

ラグランジアン = (運動エネルギー)

- (ポテンシャルエネルギー) + ...

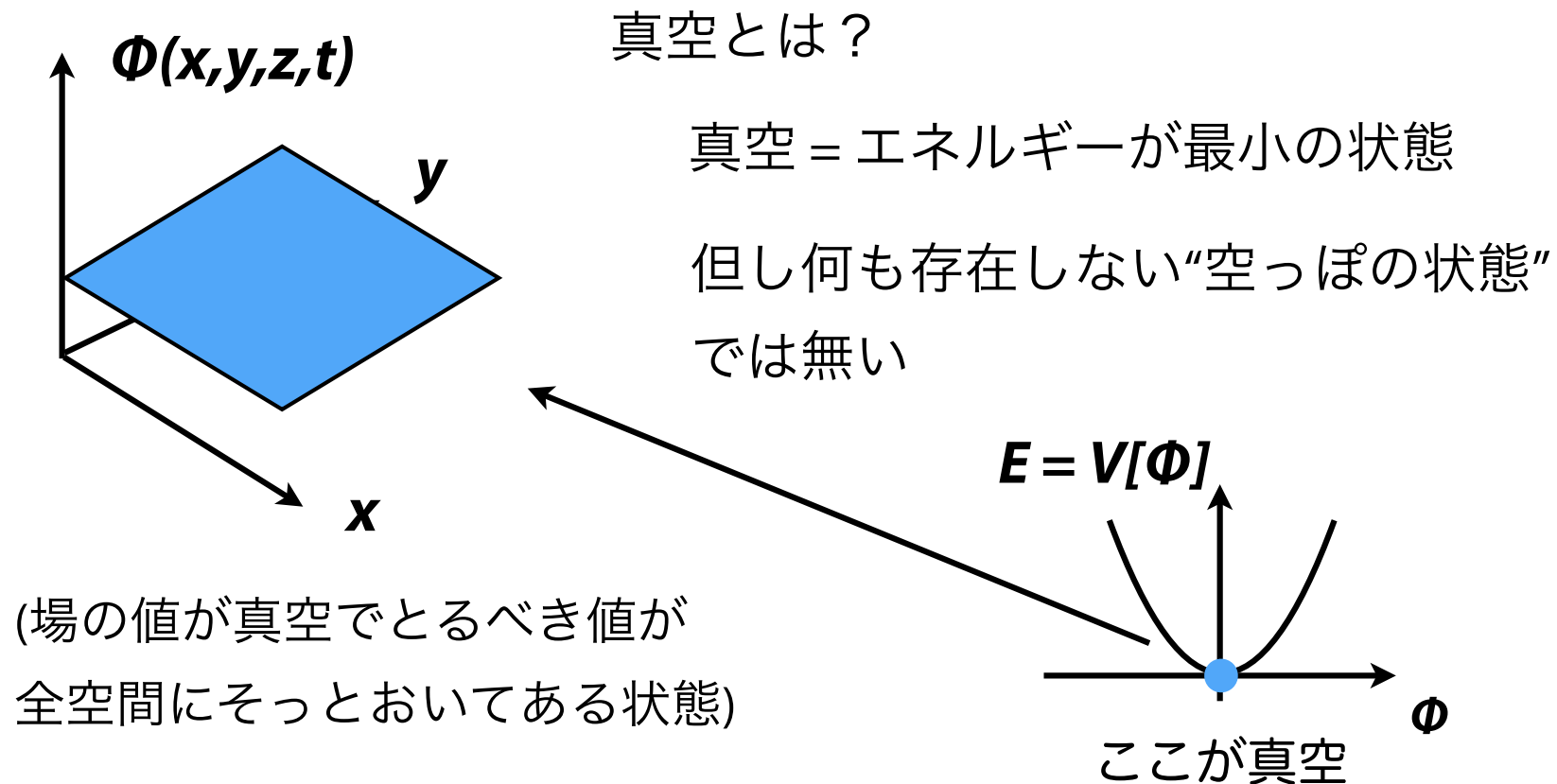
ラグランジアンが定まると真空、粒子の質量、
相互作用など全てが決まって模型が完成する！



Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

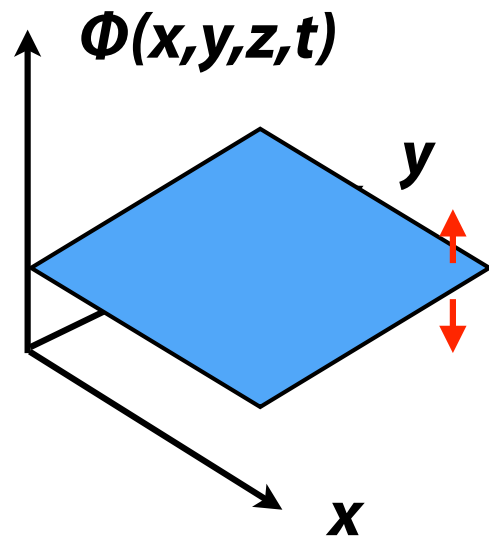
相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる



Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

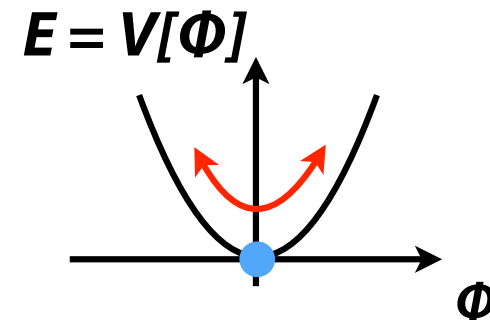


1粒子状態とは？

真空から励起された状態

真空にエネルギーを注入すると得られる

(場の値としては真空状態から揺さぶられていることに対応する)



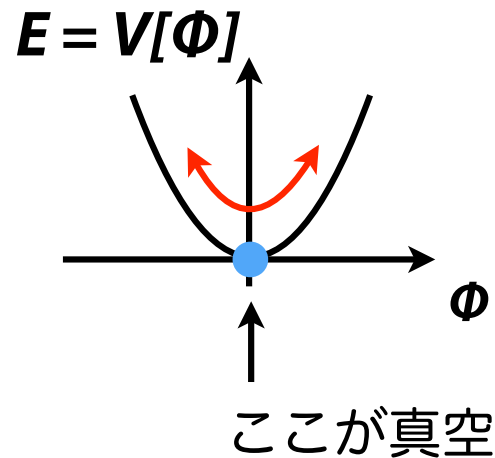
Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

励起状態

= 真空まわりの振動



場のポテンシャルエネルギーの2次の項
= 励起のためにかかるエネルギーコスト

ポテンシャルの2次

= 質量を表す！

Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

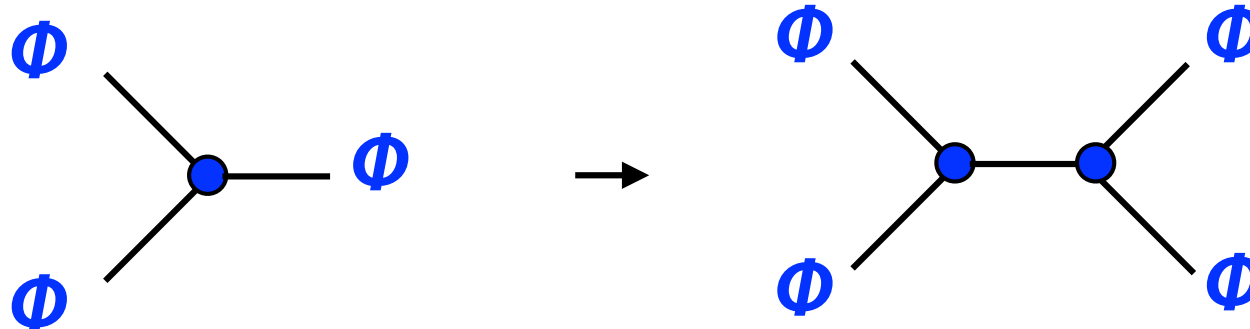
相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

ラグランジアンの3次以上の項は何を表すのか？

$\rightarrow$ 相互作用を表す

例) $L = g_3 \Phi^3 \rightarrow (\Phi + \Phi \rightarrow \Phi \rightarrow \Phi + \Phi)$

ファインマン図



Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

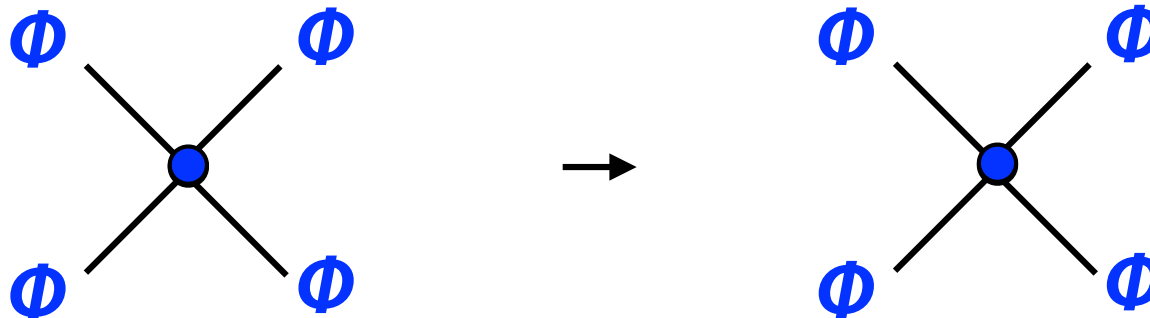
相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

ラグランジアンの3次以上の項は何を表すのか？

$\rightarrow$ 相互作用を表す

例) $L = g_4 \Phi^4 \rightarrow (\Phi + \Phi \rightarrow \Phi + \Phi)$

ファインマン図



Flash Review on Quantum Field Theory

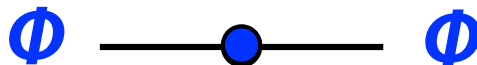
粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

ラグランジアンの2次 = 質量も相互作用だと思っても良い

$\rightarrow$ 相互作用を表す

例) $L = -m^2\Phi^2$

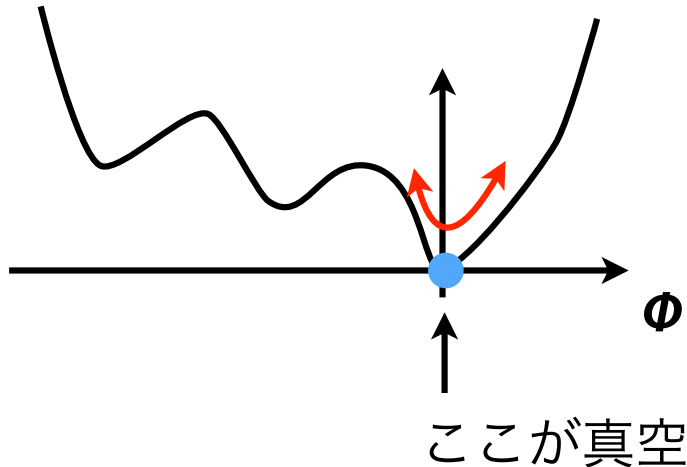


Flash Review on Quantum Field Theory

粒子 = 場 $\rightarrow \psi_e, \psi_p, \dots$

相互作用 $\rightarrow$ ラグランジアンによって決まる

ラグランジアンの2次、3次、...を決めることで理論が定まる



もちろん真空は全体のポテンシャルを決めたあとに選んだ最小エネルギー状態

素粒子物理では真空は与えられるものではなく理論で決めるもの！

Flash Review on Quantum Field Theory

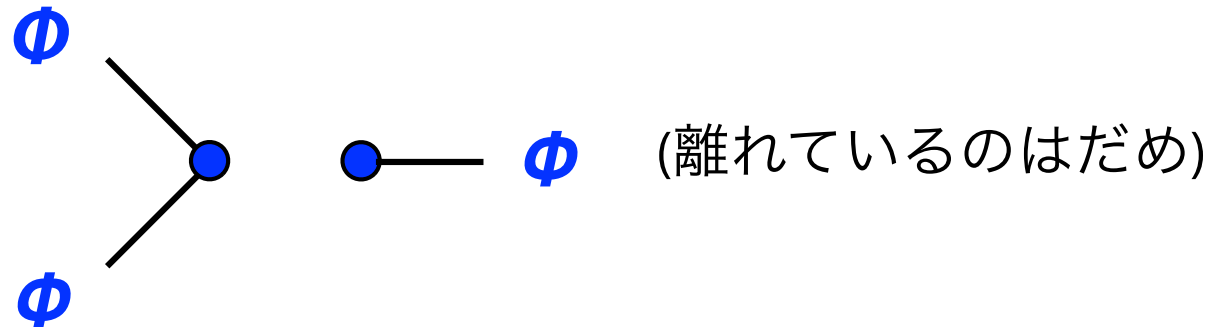
どのような項がラグランジアンに許されるのか？

$$L = \underline{\partial \Phi \partial \Phi} - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

運動項

(その他微分を含む相互作用もあり得る)

基本的にはどんな項でも OK (但し局所的な相互作用)



特別な理由が無い限りあらゆる相互作用が存在する

Flash Review on Quantum Field Theory

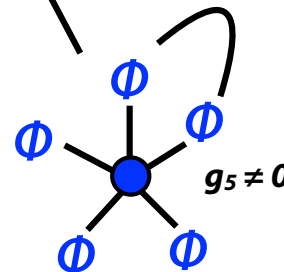
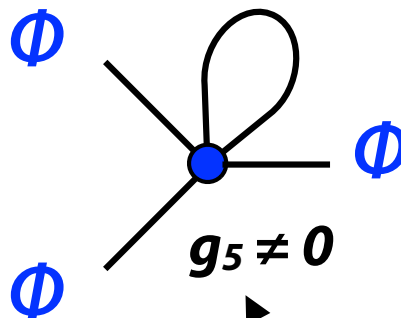
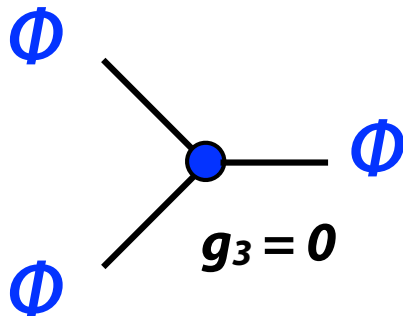
特別な理由が無い限りあらゆる相互作用が存在する

$$L = \partial \Phi \partial \Phi - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

なぜか？

例えば手で $g_3 = 0$ と勝手ににおいて 3 点相互作用が無いとしても
量子論では勝手に出てきてしまう。

(しかもループの中の高エネルギー効果が主に効いてくる)



遠くから見るとループを
つぶした 5 点、7 点...
相互作用は 3 点相互作用に
見える！

Flash Review on Quantum Field Theory

そんなにあったら理論に予言力が無くなる...

$$L = \partial \Phi \partial \Phi - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

(理論に無限個のパラメータ)

相互作用の数を減らせるか？

対称性によって相互作用を制限出来る！

対称性とは？

場に対してある変換をしても作用(ラグランジアン)が不変な場合理論はその変換の下で対称性を持つという。

$$\Phi \rightarrow \Phi' \qquad L(\Phi') - L(\Phi) = 0$$

Flash Review on Quantum Field Theory

そんなにあったら理論に予言力が無くなる...

$$L = \partial \Phi \partial \Phi - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

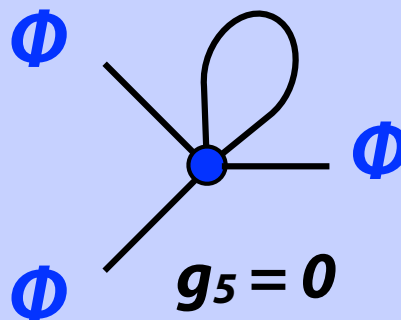
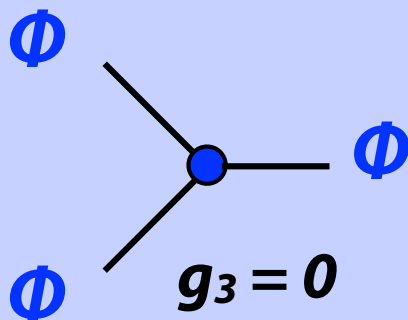
(理論に無限個のパラメータ)

相互作用の数を減らせるか？

対称性によって相互作用を制限出来る！

例) $\mathbf{Z}_2$ 変換 ($\Phi \rightarrow \Phi' = -\Phi$) の下での対称性を要請してみる

$g_{2n+1} = 0$ であることが要求される！



5点、7点...も0なので
3点相互作用が出てくる
ことは無い！

Flash Review on Quantum Field Theory

そんなにあったら理論に予言力が無くなる...

$$L = \partial \Phi \partial \Phi - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

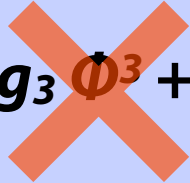
(理論に無限個のパラメータ)

相互作用の数を減らせるか？

対称性によって相互作用を制限出来る！

例) $U(1)$ 変換 複素数の場の場合には位相回転も考えられる

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha} \Phi \quad (\alpha : \text{continuous parameter})$$

$$L = \partial \Phi^* \partial \Phi - m^2 |\Phi|^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 |\Phi|^4 + \dots$$


$U(1)$ 対称性により禁止

QED 電荷、レプトン数、バリオン数は $U(1)$ 対称性に対応！

Flash Review on Quantum Field Theory

それでもまだ無限個の相互作用がある

→相互作用の質量次元による分類も重要

$$L = \partial \Phi \partial \Phi - m^2 \Phi^2 + g_3 \Phi^3 + g_4 \Phi^4 + \dots$$

ラグランジアン¹の質量次元は **4** (作用の次元は **0**)

$\partial \Phi \partial \Phi$ の次元からスカラー場の次元は **1**

$\bar{\psi} i \partial_\mu \gamma^\mu \psi$ の次元からフェルミオン場の次元は **3/2**

Φ^3 の次元は **3** → g_3 の次元は **+1**

Φ^4 の次元は **4** → g_4 の次元は **0**

Φ^5 の次元は **5** → g_5 の次元は **-1**

質量次元 4 以上の相互作用 = Higher Dimensional Operators

Flash Review on Quantum Field Theory

それでもまだ無限個の相互作用がある

→相互作用の質量次元による分類も重要

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{dim \leq 4} + \sum \frac{\lambda_n}{M_*^{n-4}} \Phi^n \quad (\lambda_n: \text{無次元})$$

Higher Dimensional Operator を含む理論は $\mathbf{E} \sim \mathbf{M}_*$ 程度のエネルギーに
適応限界を持つ

Roughly speaking:

$$\begin{aligned} \text{Cross section : } \sigma &\sim \frac{E^{2n-10}}{M_*^{2n-8}} && [\text{次元 } -2] \\ \text{Unitarity limit : } \sigma &< \frac{4\pi}{E^2} \end{aligned}$$

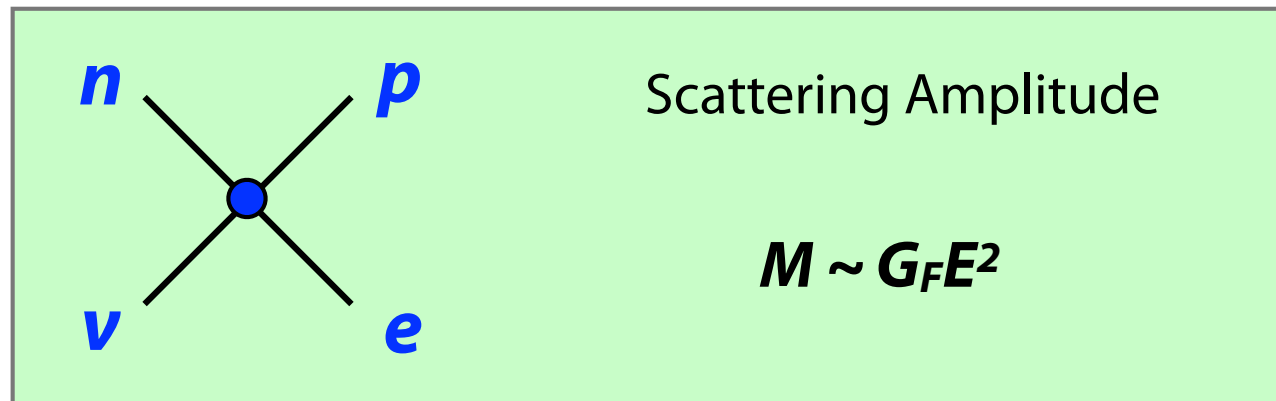
E cannot be taken much larger than M_* !

Flash Review on Quantum Field Theory

ex) Four Fermi (Gamow-Teller) Interaction

$$L = (G_F/\sqrt{2}) \bar{\Psi}_e \gamma^\mu (1-\gamma_5) \psi_\nu \bar{\Psi}_p \gamma_\mu (1-\gamma_5) \psi_n$$

(相互作用次元 6 : $G_F \sim 1.17 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$)



フェルミ理論の適応限界は $E < \sqrt{G_F^{-1}} \sim 300 \text{ GeV}$!

→ 標準模型では次元 4 のゲージ相互作用に置き換えられる !

ex) Gravity

$$L = M_{PL}^2 \sqrt{-g} R_H + \sqrt{-g} L_{SM}$$

$$(M_{PL} = 2.4 \times 10^{18} \text{GeV})$$

弱い重力の極限

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} + \frac{1}{M_{PL}} h^{\mu\nu}$$
$$L \sim \frac{1}{2} h \square h + \frac{1}{M_{PL}} h^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$$

Gravitational interaction = Higher dimensional operator

標準模型 (Dim 4 以下で構成) の適応限界 $E < M_{PL}$

Flash Review on Quantum Field Theory

ただし Higher Dimensional Operator による相互作用は低エネルギーでは非常に抑えられている。

→ 有効理論として扱う分には問題はない

$$\text{Cross section : } \sigma \sim \frac{E^{2n-10}}{M_*^{2n-8}} \quad [\text{次元} - 2]$$

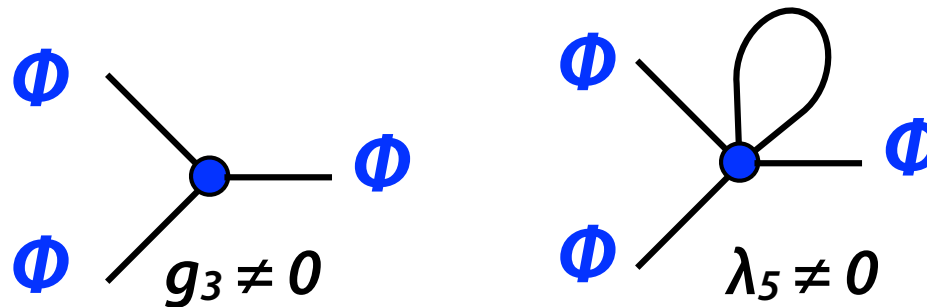
Flash Review on Quantum Field Theory

$L_{dim \leq 4}$ として対称性で許される全ての項を用意しておけば Higher Dimensional Operator の物理量への影響は常に(量子補正を含めても) $O(E/M_*)$ で抑えられる！

この場合 $E \ll M_*$ の物理はほぼ $L_{dim \leq 4}$ (繰り込み可能理論) で決められる！

例)

$$L = L_{dim \leq 4} + \sum \frac{\lambda_n}{M_*^{n-4}} \Phi^n$$



5点相互作用がある理論と無い理論の差は量子補正を適当に g_3 に吸収することで

$$\text{物理量 } X(g_3, \lambda_5) = \text{物理量 } X(g_3', 0) \times (1 + O(E/M_*))$$

と出来る！

Flash Review on Quantum Field Theory

$L_{dim \leq 4}$ として対称性で許される全ての項を用意しておけば Higher Dimensional Operator の物理量への影響は常に(量子補正を含めても) $O(E/M^*)$ で抑えられる！

知らない High energy 物理の効果は M^* が大きければ Low energy ではほとんど効かない！

→ 繰り込み可能理論 ($L_{dim \leq 4}$)

逆に理論のずれを Higher dimensional operator で説明出来たら New Physics のエネルギースケールが分かる！

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

フェルミオン x 3 世代				(ゲージ) 対称性	
クォーク レプトン		SU(3)	SU(2)	U(1) _Y	
	$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3	2	1/6	左巻き フェルミオン
	$\bar{u}_R$	3	none	-2/3	右巻き フェルミオン (の反粒子)
	$\bar{d}_R$	3	none	1/3	
	$l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	none	2	-1/2	
	$\bar{e}_R$	none	none	1	
		g		Z, W, γ	

標準模型では左巻きと右巻きとフェルミオンが対称性の下で全く異なる → フェルミオンの質量は基本的には禁止されている！

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

ゲージ理論 = ゲージ対称性を持つ理論

$SU(N)$ 対称性：

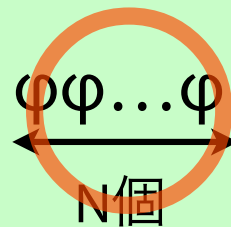
例) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = U \times (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$$

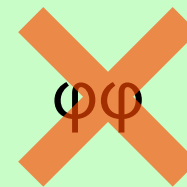
$U: N \times N$ complex matrix with $\det[U]=1$.

この操作の下で理論 = ラグランジアンが不変


$$\varphi^\dagger \varphi$$


$$\varphi \varphi \dots \varphi$$

N個


$$\varphi \varphi$$

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

ゲージ理論 = ゲージ対称性を持つ理論

$SU(N)$ 対称性：

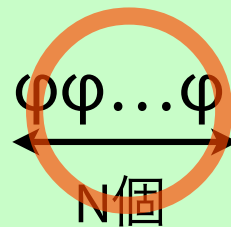
例) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = U \times (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$$

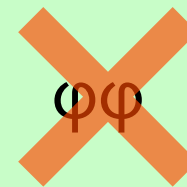
U が時空各点で独立 = 局所的対称性

この操作の下で理論 = ラグランジアンが不変


$$\varphi^\dagger \varphi$$


$$\varphi \varphi \dots \varphi$$

N個


$$\varphi \varphi$$

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

ゲージ理論 = ゲージ対称性を持つ理論

$SU(N)$ 対称性：

例) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = U \times (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$$

U が時空各点で独立 = 局所的対称性

局所対称性は微分(=別の時空点の比較)と相性が悪い

$$\partial_\mu \varphi \rightarrow \partial_\mu \varphi' = U \times \partial_\mu \varphi + \partial_\mu U \times \varphi$$


$$\partial_\mu \varphi + \partial^\mu \varphi$$

運動項が禁止
されてしまう...

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

ゲージ理論 = ゲージ対称性を持つ理論

$SU(N)$ 対称性：

例) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = U \times (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$$

U が時空各点で独立 = 局所的対称性

代わりにゲージ場 A_μ を導入し共変微分にする！

$$D_\mu \varphi = (\partial_\mu + ig A_\mu) \varphi \rightarrow D_\mu \varphi' = U \times D_\mu \varphi$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu' = U A_\mu U^{-1} + ig^{-1} \partial_\mu U \times U^{-1}$$

$$D_\mu \varphi^\dagger D^\mu \varphi$$

$$\psi i D^\mu \gamma_\mu \psi$$

標準模型のゲージ対称性

標準模型 = $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論

ゲージ理論 = ゲージ対称性を持つ理論

$SU(N)$ 対称性：

例) $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

$\varphi \rightarrow \varphi' = U \times (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N)^T$

U が時空各点で独立 = 局所的対称性

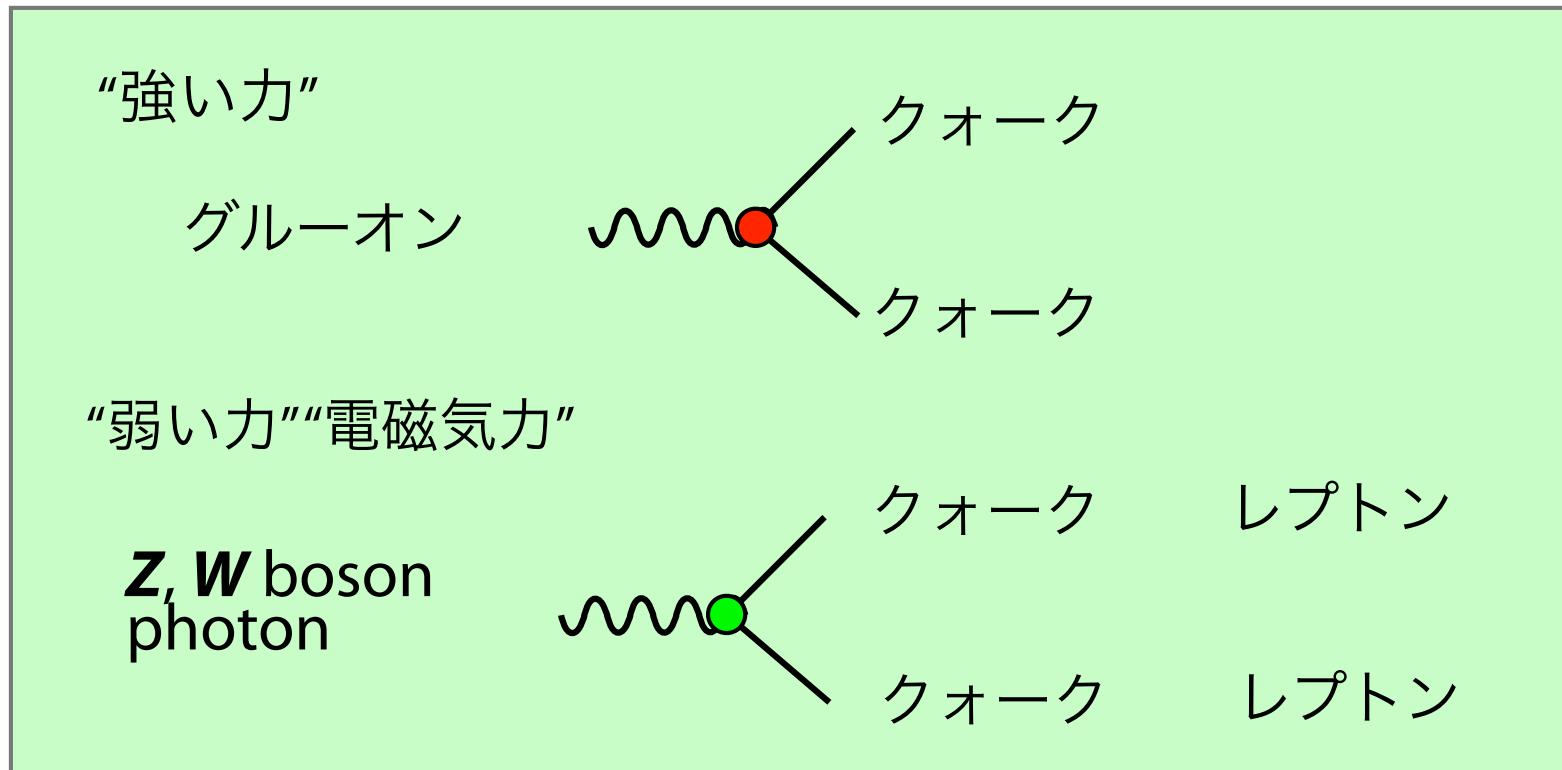
→ ゲージボゾン(スピン 1)の存在が不可欠

ゲージ対称性は物質場の質量や相互作用を制限するだけでなく粒子の存在も予言し、しかもゲージ場と物質場との相互作用の形も決めてしまう！

標準模型のゲージ対称性

ゲージ理論での相互作用 = “保存電流” x ゲージボゾン

$$L = \bar{\psi} i (\partial_\mu + i g \mathbf{A}_\mu) \gamma^\mu \psi \quad \text{Dim 4 の相互作用 } (\mathbf{A}_\mu: \text{dim } 1)$$

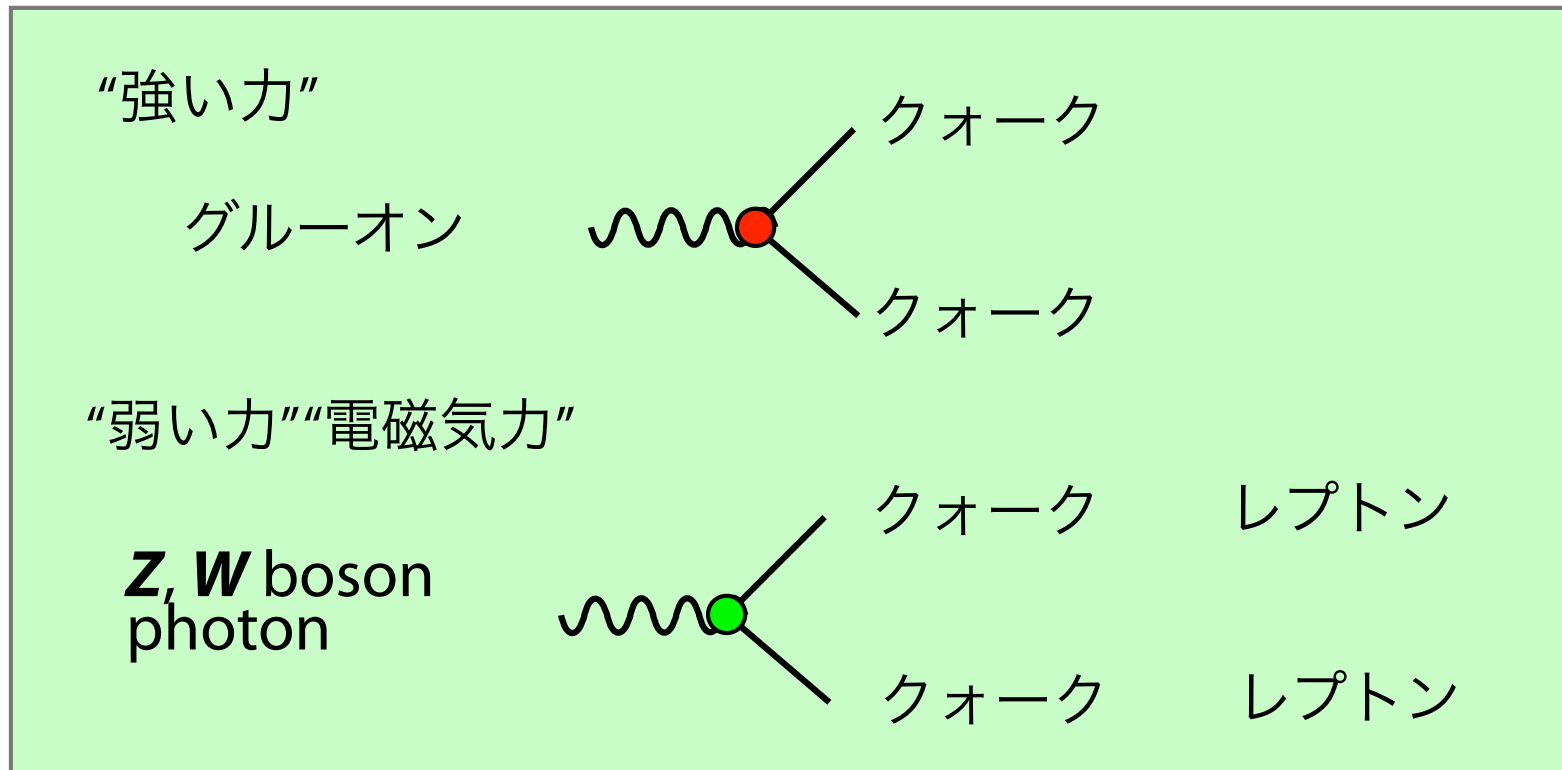


力の強さはそれぞれのゲージ群ごとに独立の結合定数に比例 ($g_3 > g_2 > g_1$)

標準模型のゲージ対称性

ゲージ理論での相互作用 = “保存電流” x ゲージボゾン

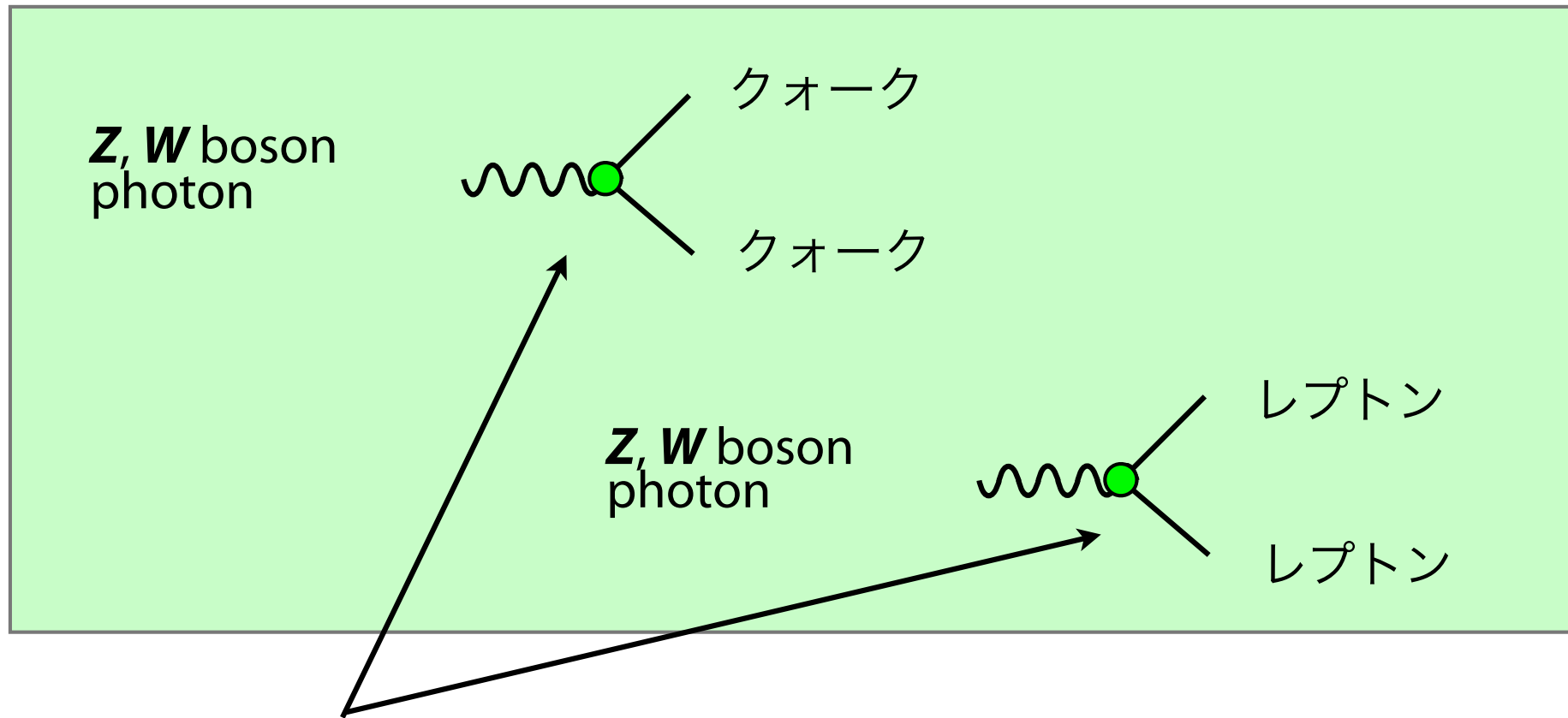
$$L = \bar{\psi} i (\partial_\mu + i g \mathbf{A}_\mu) \gamma^\mu \psi \quad \text{Dim 4 の相互作用 } (\mathbf{A}_\mu: \text{dim } 1)$$



標準模型では電磁気力、強い力、弱い力を全てゲージ理論として統一的に理解出来る！(電磁気力と弱い力は混ざっている： $\mathbf{Q}_{QED} = T^{SU(2)}_3 + \mathbf{Q}_{U(1)}$)

標準模型のゲージ対称性

※ ゲージボゾンの相互作用は普遍的！



同じ結合定数！

標準模型のゲージ対称性

フェルミオン x 3 世代				
		SU(3)	SU(2)	U(1) _Y
クォーク レプトン	$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3	2	1/6
	$\bar{u}_R$	3	none	-2/3
	$\bar{d}_R$	3	none	1/3
	$l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	none	2	-1/2
	$\bar{e}_R$	none	none	1
		g Z, W, γ		

左巻き
フェルミオン

右巻き
フェルミオン
(の反粒子)

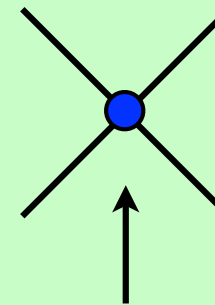
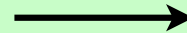
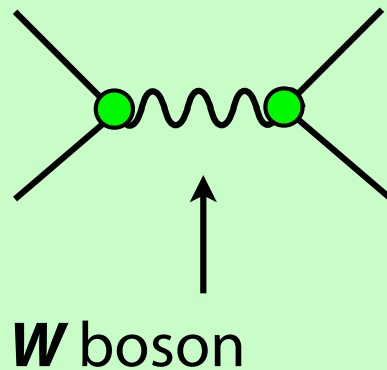
$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ対称性を持つ quark + lepton の理論

知らない物理の scale が非常に高いとすると有限個の相互作用のみでかける！
(保存電流 x ゲージ粒子)

標準模型のゲージ対称性

ゲージ相互作用の普遍性から Four Fermi interaction の普遍性
(cf. μ -decay vs β -decay) を説明できる！

Four Fermi & Gamow-Teller 理論は W boson が重くて動かない状況での有効理論として得られる



$$G_F \approx G_\mu \approx \sqrt{2} g_2^2 / 8m_W^2 !$$

(力の強さが W boson の質量² に反比例)

標準模型は Four Fermi & Gamow-Teller 理論の UV completion !

標準模型のゲージ対称性

ところでゲージ粒子の質量は？

実はゲージ理論で出てくるゲージボゾン(スピン1)の質量もゲージ対称性で禁止されている！

例: Photon の質量項

$$L = - F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} / 4 + m^2 A_\mu A^\mu / 2, \quad (F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

質量項は U(1) ゲージ対称性

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \lambda$$

の下で不変でないので禁止される！

同様にグルーオンおよび **W**、**Z**ボゾンの質量も禁止される！

標準模型のゲージ対称性

ここまでのまとめ

標準模型ではゲージ対称性によって

フェルミオンの質量は禁止

ゲージボゾンの質量は禁止

標準模型の粒子たちが M_* よりずっと小さいことを保証！

実際にはフェルミオンや W, Z ボゾンには有限の質量

どうするか？

標準模型のゲージ対称性

勝手にゲージ対称性を手で破って質量を与えていいか？

$$\Delta L_{Mass} = m \bar{\Psi}_e \psi_e + m^2 A_\mu A^\mu / 2 + \dots$$

実はいろいろとダメ...

この場合 W, Z はゲージボゾンにたまたま似てただけということになる

- (1) Four Fermi 普遍性が説明出来ない
- (2) Dim 4 相互作用なのに unitarity から適応限界が再び **$O(100) \text{ GeV}$** になってしまう。

などなど

→ Higgs mechanism が必要！

Higgs Mechanism

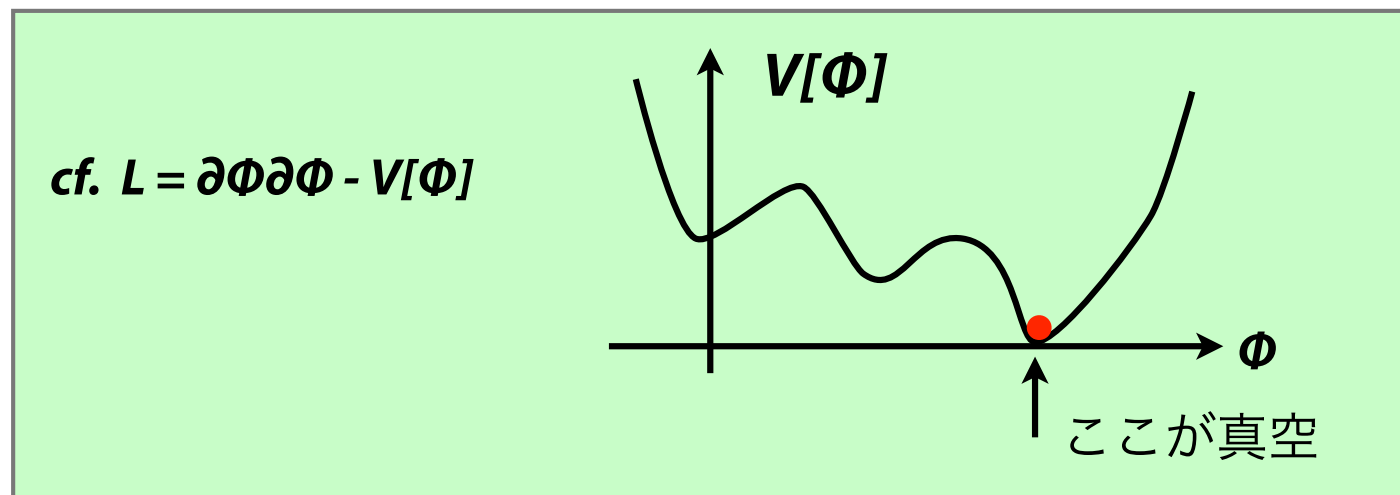
Higgs Mechanism = ゲージ対称性の自発的破れ

理論が対称性を持っていても(つまりラグランジアンが不変でも)真空がその対称性を破ることがある → 対称性の自発的破れ

真空とは？

各理論においてエネルギー最低の状態

真空は理論が与えられた後に決定される

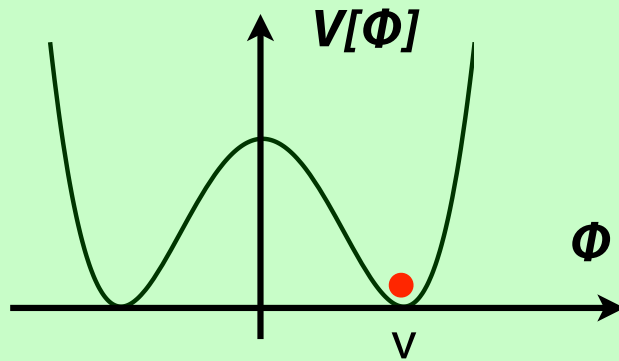


(同じ物質場からなる模型でも真空が異なると粒子描像が異なる！)

Higgs Mechanism

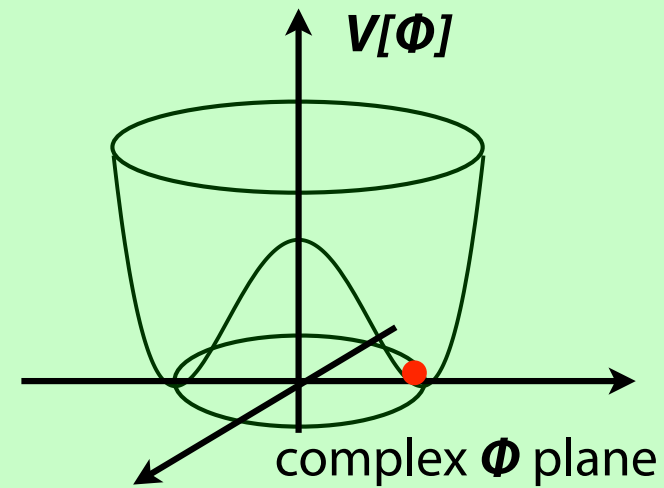
自発的対称性の破れの例

$$V[\Phi] = (\Phi^2 - v^2)^2$$



$\Phi \leftrightarrow -\Phi$ 対称性の破れ

$$V[\Phi] = (|\Phi|^2 - v^2)^2$$



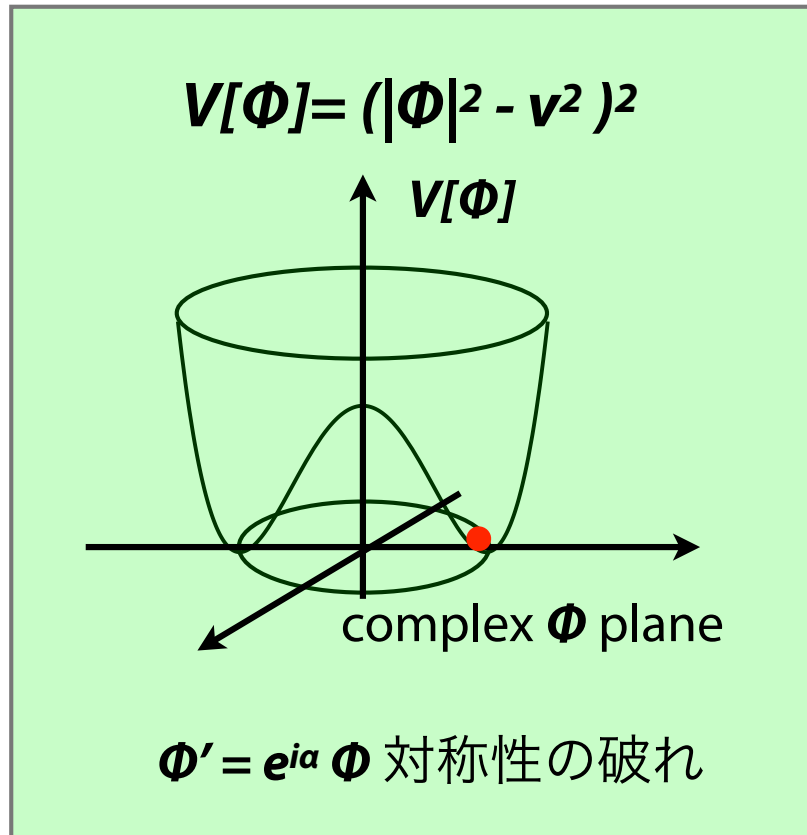
$\Phi' = e^{i\alpha} \Phi$ 対称性の破れ

理論(=ポテンシャル)自体は対称性を持っていても真空のまわりでは対称性が見えない！→自発的に破れている！

Higgs Mechanism

特にゲージ対称性が自発的に破れた場合

→ ゲージボゾンが質量を持つ！



$U(1)$ ゲージ理論の例

真空： $\langle \Phi \rangle = v$

$L = D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi$ に代入すると

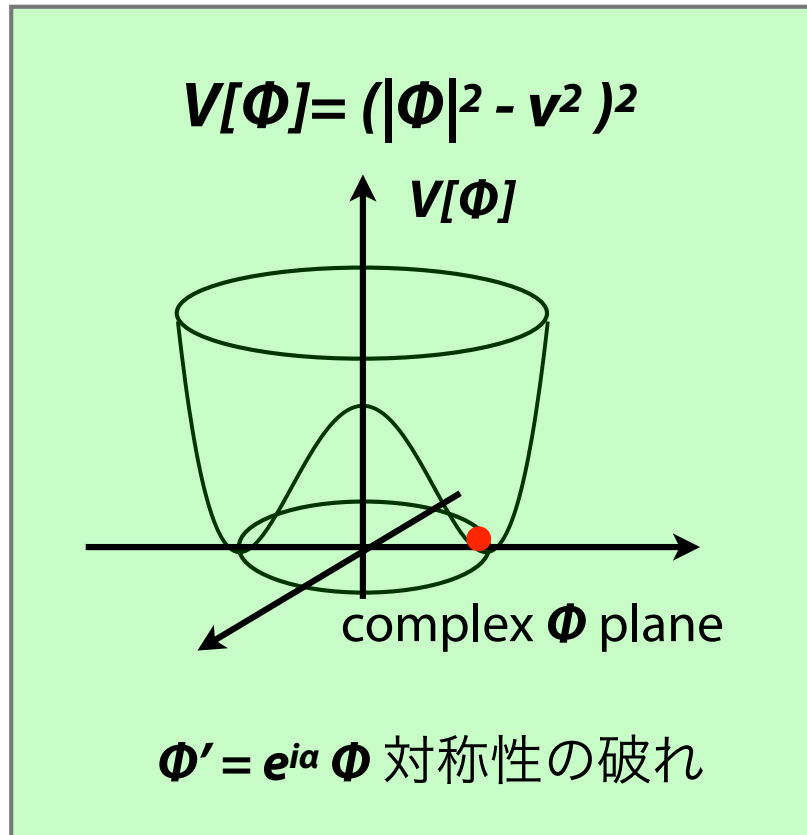
$L = g^2 v^2 A^\mu A_\mu$ として質量が出てくる！ ($m = gv$)

(自発的な破れの場合理論に矛盾が生じない)

Higgs Mechanism

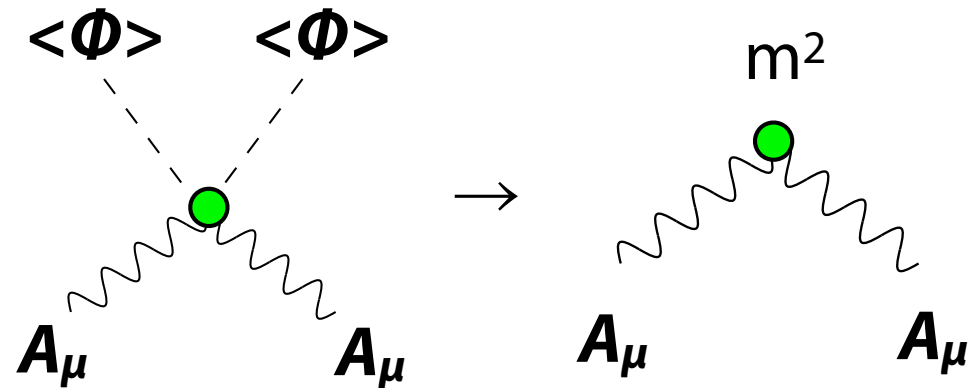
特にゲージ対称性が自発的に破れた場合

→ ゲージボゾンが質量を持つ！



$U(1)$ ゲージ理論の例

真空： $\langle \Phi \rangle = v$

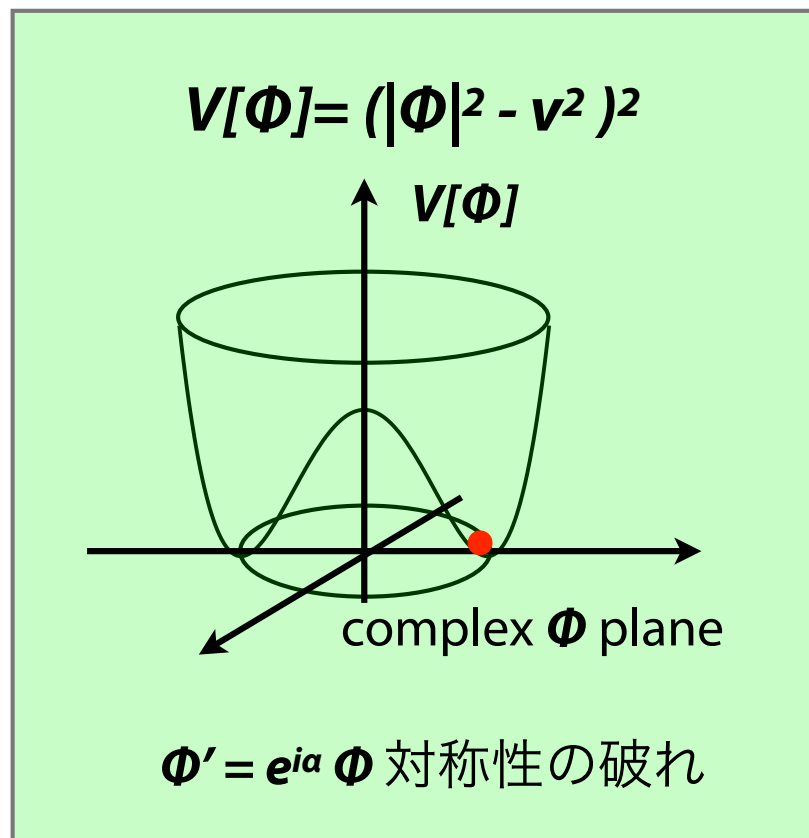


2点相互作用＝質量が生じる

ゲージ対称性を自発的に破るスカラー = Higgs 場

Higgs Mechanism

カイラル対称性が破れるとフェルミオンも質量を持てるようになる。



カイラル対称性

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\alpha} \Phi$$

$$\psi_L \rightarrow \psi_L' = e^{i\alpha/2} \psi_L$$

$$\psi_R \rightarrow \psi_R' = e^{-i\alpha/2} \psi_R$$

の下で

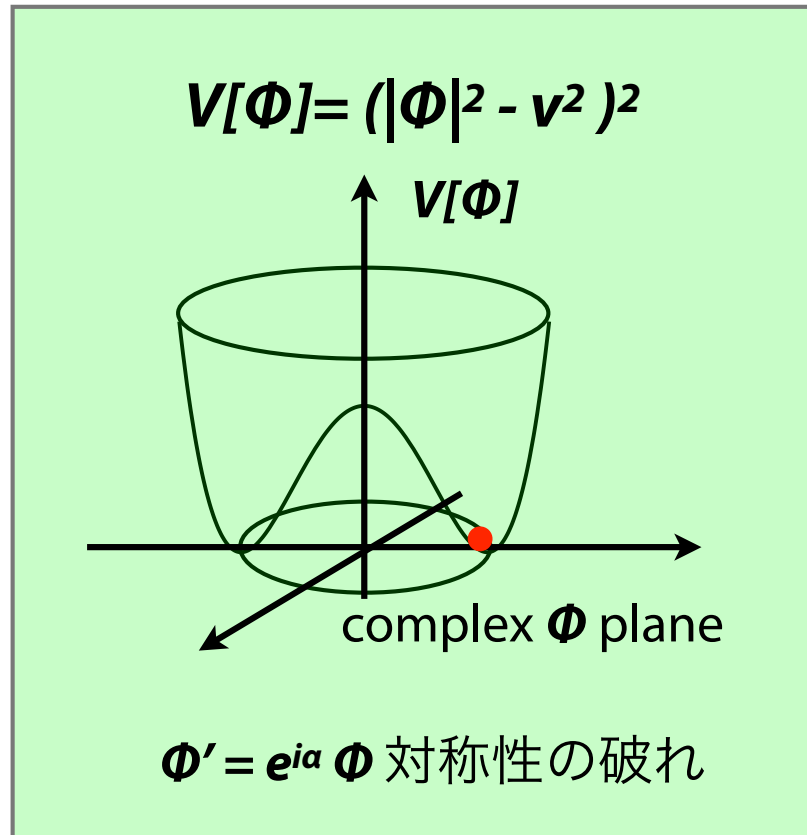
$$L = m \psi_L \bar{\psi}_R \text{ は禁止でも}$$

$$L = y \Phi \psi_L \bar{\psi}_R \text{ は可能}$$

真空 ($\langle \Phi \rangle = v$) では相互作用が質量に見える！

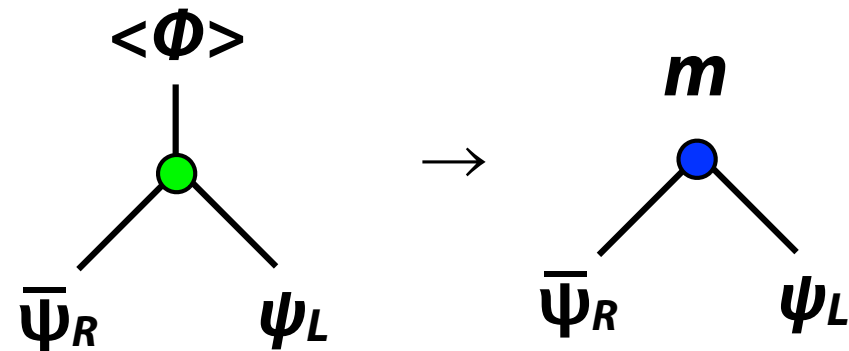
Higgs Mechanism

カイラル対称性が破れるとフェルミオンも質量を持てるようになる。



$L = m \psi_L \bar{\psi}_R$ は禁止でも

$L = y \Phi \psi_L \bar{\psi}_R$ は可能



真空 ($\langle \Phi \rangle = v$) では相互作用が質量に見える！

この Higgs mechanism + chiral symmetry breaking を標準模型に使えば良い！

標準模型のラグランジアン

標準模型のラグランジアン

$$L = - F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} / 4 - W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} / 4 - G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} / 4 \\ + |D^\mu H|^2 - \lambda(|H|^2 - v^2)^2 + L_{Fermion}$$

(フェルミオンは後で)

標準模型では Higgs 粒子は SU(2) doublet

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} \longrightarrow \langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

自発的対称性の破れ

パラメータ： **$g_s, g_2, g_1, v, \lambda$**

+ フェルミオンの湯川相互作用

標準模型のラグランジアン

標準模型： $SU(2) \times U(1)$ セクター

$U(1)_{QED}$ 結合定数	$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = g_2 \sin \theta_W$
Fermi constant	$G_F / \sqrt{2} = g_2^2 / 8 m_W^2 = 1/2 v^2$
Z-boson 質量	$m_Z^2 = (g_2^2 + g_1^2) v^2 / 2$ $[\sin \theta_W = g_1 / (g_1^2 + g_2^2)^{1/2}]$

Fermi constant の測定値 $G_F \approx 1.17 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ から

Higgs の真空期待値が $v \approx 174 \text{GeV}$ が得られる！

e, m_Z の測定値から $g_1 \approx 0.36, g_2 \approx 0.65$ が得られる！

(HERA の Deep Inelastic ep collision の精密測定などから $g_s \approx 1.18$)

標準模型のラグランジアン

フェルミオンセクターを除いた5パラメータのうち4個は分かった！

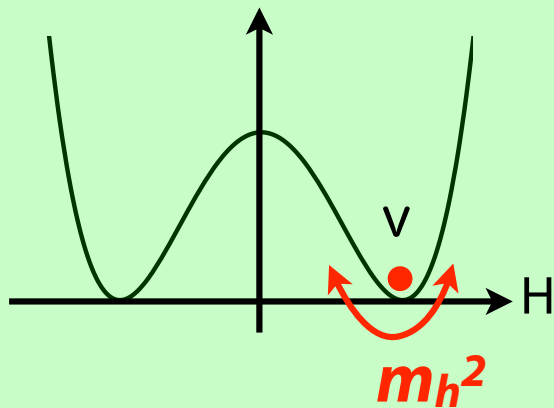
$$g_s, g_2, g_1, v, \lambda$$

残った λ はどうやって決めるのか？

Higgs の質量が分かると λ が決まる！

$$V[H] = \lambda (|H|^2 - v^2)^2$$

$$m_h^2 = 4 \lambda v^2$$

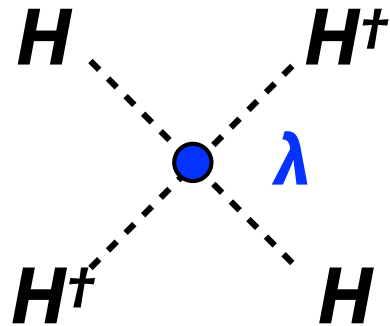


LHCで観測された Higgs粒子質量から

$$\lambda \approx (125\text{GeV}/174\text{GeV})^2 / 4 \approx 0.12!$$

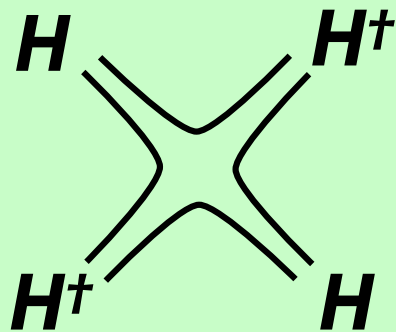
標準模型のラグランジアン

λ は標準模型を越える物理への重要なヒントを与える！



λ は Higgs 場の4点相互作用の係数

もし Higgs が素粒子ではなく何らかの強い相互作用の結果生じた複合粒子であった場合...

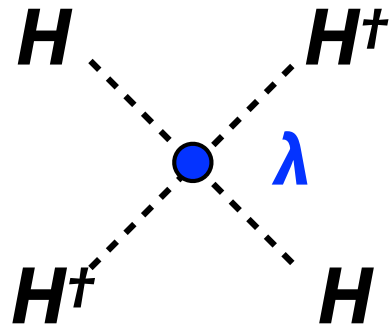


λ は大きい($\approx 4\pi$)ことが期待される！

(もちろん例外もある)

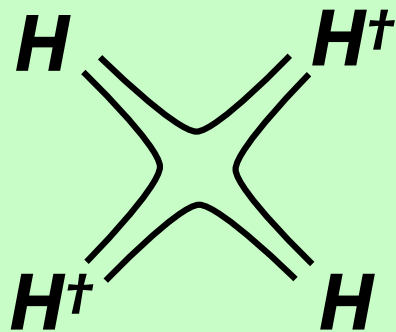
標準模型のラグランジアン

λ は標準模型を越える物理への重要なヒントを与える！



λ は Higgs 場の4点相互作用の係数

もし Higgs が素粒子ではなく何らかの強い相互作用の結果生じた複合粒子であった場合...



$m_h \approx 125\text{GeV}$ ($\lambda \approx 0.12$) は Higgs が
複合粒子ではないことを示唆している！
これは衝撃的！ (工夫の余地はあるが)

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$L_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U \mathbf{H} \mathbf{Q}_L \bar{\mathbf{U}}_R - y_D \mathbf{H}^\dagger \mathbf{Q}_L \bar{\mathbf{D}}_R - y_L \mathbf{H}^\dagger \mathbf{L}_L \bar{\mathbf{E}}_R$$

$$\psi = \{\mathbf{Q}_L, \bar{\mathbf{U}}_R, \bar{\mathbf{D}}_R, \mathbf{L}_L, \bar{\mathbf{E}}_R\} \quad y_{U,D,E} : \mathbf{3} \times \mathbf{3} \text{ 行列の係数}$$

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{によってフェルミオンも質量を持つ！}$$
$$\mathbf{m}_f = \mathbf{y}_f \mathbf{v}$$

$y_{U,D,E} : \mathbf{3} \times \mathbf{3}$ 複素行列の係数 = $9 \times 2 \times 3 = 54$ 個のパラメータ？

実際には一般性を失わずに 13 個のパラメータにまで減らすことが可能
(ただしニュートリノが massless の場合)

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$L_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

$y_U^\dagger y_U$ および $y_U y_U^\dagger$ は Hermitian よって

$$V_U^\dagger y_U^\dagger y_U V_U = \text{Diagonal}(|y_{U1}|^2, |y_{U2}|^2, |y_{U3}|^2)$$

$$U_U^\dagger y_U y_U^\dagger U_U = \text{Diagonal}(|y_{U1}|^2, |y_{U2}|^2, |y_{U3}|^2)$$

を満たす Unitary 行列 $V_U U_U$ が存在

$(y_U^\dagger U_U)$ 行列の i 列目のベクトル $[y_U^\dagger U_U]_i$ は $y_U^\dagger y_U$ の i 番目の固有ベクトル

$$[y_U^\dagger U_U]_i \propto [V_U]_i$$

よって $V_U U_U$ の phase を適当に選ぶと

$$U_U^\dagger y_U V_U = \text{Diagonal}(y_{U1}, y_{U2}, y_{U3}) \quad y_{U123} > 0$$

とできる(他の y も同様)。

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

というわけで

$$U_L \rightarrow U_L U_U^\dagger$$

$$D_L \rightarrow D_L U_D^\dagger$$

$$L_L \rightarrow L_L U_L^\dagger$$

$$\bar{U}_R \rightarrow V_U \bar{U}_R$$

$$\bar{D}_R \rightarrow V_D \bar{U}_R$$

$$\bar{E}_R \rightarrow V_L \bar{E}_R$$

とすることで各 y は対角的になり9個のパラメータとなる。

それら 9 個のパラメータは 6 個の quark mass と 3 個の charged lepton mass から決定される。

$$y_f = m_f / v$$

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$L_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

なお

$$U_L \rightarrow U_L U_U^\dagger$$

$$D_L \rightarrow D_L U_D^\dagger$$

$$L_L \rightarrow L_L U_L^\dagger$$

$$\bar{U}_R \rightarrow V_U \bar{U}_R$$

$$\bar{D}_R \rightarrow V_D \bar{U}_R$$

$$\bar{E}_R \rightarrow V_L \bar{E}_R$$

の unitary 変換のうち $V_U V_D V_L U_L^\dagger$ は y を対角的にする以外
ラグランジアンを変えない。

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$L_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

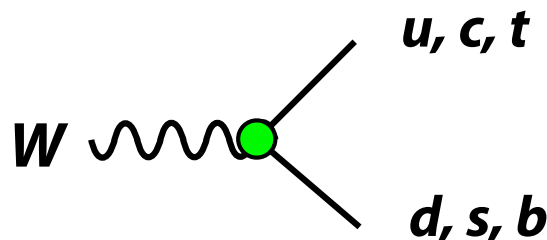
$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

一方 $U_U^\dagger$ と $U_D^\dagger$ は SU(2) ゲージ対称性と非可換のため W-boson との相互作用に影響が残る。

$$U_L^\dagger \sigma_\mu W^\mu D_L \rightarrow U_L^\dagger \sigma_\mu W^\mu \underline{U_U^T U_D^*} D_L$$

$$\text{CKM行列 } V_{CKM} = U_U^T U_D^*$$

標準模型では flavor を変えるプロセスはCKM行列を伴う W-boson を通した相互作用のみ！(ニュートリノは除く)



標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$L_{Fermion} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

フェルミオンセクターのパラメータ = 13 個

9つの Fermion 質量

$$\begin{aligned} \text{CKM行列 } V_{CKM} &= 3 \text{ angles} + 6 \text{ phases} - (6 - 1) \text{ phases} \\ &= 3 \text{ angles} + \underline{1 \text{ phase}} \end{aligned}$$

CKM行列は CP の破れを引き起こす！

標準模型のラグランジアン

フェルミオンとの相互作用

$$\mathcal{L}_{\text{Fermion}} = \psi^\dagger i \sigma_\mu D^\mu \psi - y_U H Q_L \bar{U}_R - y_D H^\dagger Q_L \bar{D}_R - y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R$$

$$\psi = \{Q_L, \bar{U}_R, \bar{D}_R, L_L, \bar{E}_R\} \quad y_{U,D,E} : 3 \times 3 \text{ 行列の係数}$$

Wolfenstein Parameterization of CKM Matrix

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4).$$

$$A\lambda^3(\rho + i\eta) = \frac{A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta})\sqrt{1 - A^2\lambda^4}}{\sqrt{1 - \lambda^2}[1 - A^2\lambda^4(\bar{\rho} + i\bar{\eta})]}$$

$$\lambda = 0.22453 \pm 0.00044, \quad A = 0.836 \pm 0.015.$$

$$\bar{\rho} = 0.122^{+0.018}_{-0.017}, \quad \bar{\eta} = 0.355^{+0.012}_{-0.011}.$$

詳しくは他の講義とか PDG とか

<http://pdg.lbl.gov/2018/reviews/rpp2018-rev-ckm-matrix.pdf>

まとめ

標準模型は $SU(3) \times SU(2) \times U(1)_Y$ ゲージ理論に基づく quark + lepton の理論

Higgs mechanism によって W, Z-boson および quark + charged lepton が質量を獲得する

知らない物理の scale が electroweak scale よりも遥かに高いとすると $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{dim \leq 4}$ の有限項で与えられる。

標準模型のパラメータは 18 個！

gauge coupling constants (g_1, g_2, g_3)

Higgs potential parameters (v, λ)

Quark + Charged Lepton mass

CKM mixing and CKM phase

標準模型はこれらのパラメータを与えればほとんど全ての実験結果を再現できる！

まとめ

...とはいかない

I. Strong CP problem

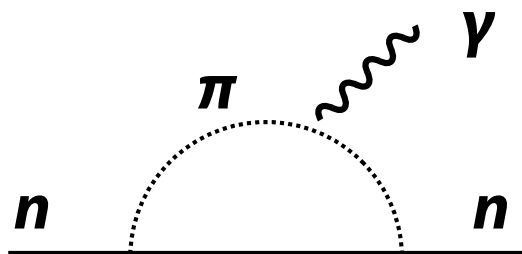
$SU(3)$ は CKM行列とは独立な **CP** の破れのパラメータを持つ

$$S_{\text{QCD}} = \int d^4x \left(-\frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \boxed{\frac{\theta}{32\pi^2} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}} + \sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_i (D - M) q_i \right)$$

(positive valued quark mass)

→ 標準模型には少なくとももう 1個 のパラメータ θ がある。

θ - term は neutron EDM を生じるはず



$$d_n/e \sim 1/m_n \theta \sim 10^{-15} \theta \text{ cm}$$

Null observation of the **neutron EDM** :

$$d_n/e < 2.9 \times 10^{-26} \text{ @ 90\%CL}$$

[hep-ex/0602020]

$\theta < 10^{-11}$: なぜこんなに小さいのか問題 = strong CP 問題

II. Neutrino Mass

Neutrino 振動 → Neutrino は質量を持つ ($m_\nu \sim 10^{-(3-1)} \text{eV}$) !

(1) 右巻き Neutrino $\bar{N}_R$ の導入

$$L = -y_L H^\dagger L_L \bar{E}_R - y_\nu H L_L \bar{N}_R$$

$$m_\nu = y_\nu v$$

この場合標準理論にさらに

neutrino mass x 3

PMNS matrix (3 angle + 1 phase)

のパラメータが加わる

Lepton の Flavor Violation 効果も生じる

II. Neutrino Mass

Neutrino 振動 → Neutrino は質量を持つ ($m_\nu \sim 10^{-(3-1)} \text{eV}$) !

(2) Majorana Neutrino Mass (Seesaw mechanism)

$$L = -y_L \mathbf{H}^\dagger L_L \bar{E}_R - c (\mathbf{H} L_L)(\mathbf{H} L_L) / \Lambda$$

$$m_\nu = c v^2 / \Lambda$$

この場合標準理論にさらに

neutrino mass x 3

PMNS matrix (3 angle + 1 phase + 2 phase)

のパラメータが加わる

Lepton の Flavor Violation 効果も生じる

まとめ

III. Anomalies in **B**-physics

B-physics で見られている anomalies が確証されれば標準模型を超える物理の存在を意味する！

(muon g-2 も標準模型の予言と実験がずれている)

IV. Hierarchy Problem

知らない理論のスケール $M_* \gg v$ としてきた。

でも量子論的には $M_* \gg v$ を実現するのは難しい

Higgs potential はほっておくと量子効果で M_* scale になってしまう。

きっと新しい物理が v から遠くない scale に存在するはず。

(まだ実験的な兆候は見つかっていないが)

まとめ

V. 暗黒物質

標準模型では暗黒物質を説明できない

IV. 暗黒エネルギー

標準模型では暗黒エネルギーを説明できない

V. インフレーション

標準模型ではインフレーションを説明できない
(Higgs Inflation という idea はある)

VI. 宇宙の物質反物質非対称性の起源

標準模型では物質反物質非対称性を説明できない

VII. Gauge anomaly cancellation が non-trivial に見える

Grand Unification ?

究極の理論へはまだまだ遠い

おまけ

標準模型のゲージ対称性

Anomaly Free Conditions

ゲージボゾンの中に負のノルムを持つ粒子が存在

$$\mathbf{A}_\mu \sim \int d^3p \, \mathbf{a}_\mu(\mathbf{p}) e^{-ipx} + \mathbf{a}_\mu^\dagger(\mathbf{p}) e^{ipx} \quad [\mathbf{a}_\mu(\mathbf{p}), \mathbf{a}_\nu^\dagger(\mathbf{p}')] \propto \mathbf{g}_{\mu\nu}$$

$\mathbf{a}_0^\dagger(\mathbf{p})$ が出てくると確率保存が成り立たない！

これを防ぐために物理的な状態 $|\mathbf{Phys}\rangle$ に対して

$$\partial^\mu \mathbf{A}_\mu^{(+)} |\mathbf{Phys}\rangle = 0$$

を課す ($\mathbf{A}_\mu^{(+)}$ は消滅演算子部分)

この条件の下では例えばゲージ粒子の 1 粒子状態

$$\epsilon^\mu \mathbf{a}_\mu^\dagger(\mathbf{p}) |\mathbf{vacuum}\rangle$$

は $\epsilon^\mu \mathbf{p}_\mu = 0$ を満たす。

標準模型のゲージ対称性

Anomaly Free Conditions

つまり横波もしくは $\epsilon^\mu \propto p^\mu$ の縦波モードのみ ($p^\mu p_\mu = 0$)

横波 ϵ^μ_T 状態は正のノルム

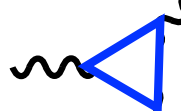
縦波 ϵ^μ_L 状態は 0 ノルム + 電流保存則のせいで決して飛び出してこない！

$$(\epsilon^\mu_L J_\mu = p^\mu J_\mu = 0)$$

電流保存の理論なら確率保存をする理論が構成可能！

ところが右巻きと左巻きの性質が違うカイラルゲージ理論だとループレベルで電流保存が成り立たなくなることがある。

例えば



A Feynman diagram showing a triangle loop with three external lines, each labeled $U(1)_Y$. The loop is drawn with blue lines. To the right of the diagram is the expression $\propto \Sigma q_L^3 - q_R^3$.

$$\propto \Sigma q_L^3 - q_R^3$$

が 0 にならないと電流保存則が破れる → 確率保存が成り立たない！

標準模型のゲージ対称性

Anomaly Free Conditions

$SU(3)-SU(3)-SU(3) : SU(3)$ に関して vector like のため 0

$$\mathbf{SU(3)-SU(3)-U(1)_Y : \propto (1/6) \times 2 + (-2/3) + (1/3) = 0}$$

$SU(2)-SU(2)-SU(2) : SU(2)$ は triangle anomaly を持たないので 0

$$\mathbf{SU(2)-SU(2)-U(1)_Y : \propto (1/6) \times 3 + (-1/2) = 0}$$

$$\mathbf{U(1)_Y-U(1)_Y-U(1)_Y : (1/6)^3 \times 6 + (-2/3)^3 \times 3 + (1/3)^3 \times 3 + (-1/2)^3 \times 2 + (+1)^3 = 0}$$

$$\mathbf{U(1)_Y-Gravity-Gravity : (1/6) \times 6 + (-2/3) \times 3 + (1/3) \times 3 + (-1/2) \times 2 + (+1) = 0}$$

(その他は $\text{Tr}[T] = 0$ から自動的に消えている。)

標準模型ではかなり non-trivial な組み合わせだが Anomaly Free !