Resonant leptogenesis at TeV-scale and neutrinoless double beta decay

吉田　貴裕 (新潟大学)

共同研究者　淺賀　岳彦 (新潟大学)

work in progress

2018/11/01　Flavor Physics Workshop 2018　@Kavli IPMU

Outline

1. Introduction
2. Model
3. レプトン数生成
4. CPを破るパラメータとバリオン数非対称性の相関
5. ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊への影響
6. まとめ

イントロ

- SMはTeVスケール以下の物理を精度よく記述する模型だが、問題点も存在

SMの問題点

  - ニュートリノ質量が説明できない
  - BAUの問題を説明できない

$$Y_B \equiv \frac{n_B}{s} = (8.677 \pm 0.054) \times 10^{-11}$$

[Planck 2016]

➡ 右巻きニュートリノによるseesaw機構と
レプトン数生成機構(LG)により説明可能

M.Fukugita and T.Yanagida
Pays.Lett.B **174** (1986) 45

TeVスケールの質量を持つ右巻きνに着目

- 通常のLGは非常に重い右巻きνが必要($M_1 \gtrsim \mathcal{O}(10^9)\ \mathbf{GeV}$)

S. Davidson and A. Ibarra, Phys. Lett. **B535**, 25 (2002).

- 共鳴レプトン数生成機構により十分なバリオン数が生成可能

A.Pilaftsis and T. E. J. Underwood, Null. Pays. **B 692** (2004) 303

- TeVスケールでは、フレーバーの効果を考慮する必要がある

➡ 低エネルギーニュートリノ物理のCPの破れが
高エネルギーの物理と関係する

Outline

1. Introduction
2. Model
3. レプトン数生成
4. CPを破るパラメータとバリオン数非対称性の相関
5. ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊への影響
6. まとめ

Model

- 標準模型 + 右巻きニュートリノ

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SM} + i\overline{\nu_{RI}}\partial_\mu\gamma^\mu\nu_{RI} - \left(F_{\alpha I}\overline{\ell_\alpha}\Phi\nu_{RI} + \frac{M_{MIJ}}{2}\overline{\nu_{RI}^c}\nu_{RJ} + h.c.\right)$$

$\nu_{RI} \qquad (I = 1, 2, 3)$

$$\ell_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{L\alpha} \\ e_{L\alpha} \end{pmatrix} \qquad (\alpha = e, \mu, \tau)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}$$

field	Φ	ν_{RI}	l_α
L number	0	1	1

$M_M = diag(M_1, M_2, M_3)$: Majorana masses

→ マヨラナ質量項はレプトン数を破る

シーソー機構

Minkowski (1977),Yanagida(1979),Gell-Mann,Ramond,Slansky (1979),
Glashow (1980),Mohapatra,Senjanovic(1980)

- **neutrino Dirac mass**

$$[M_D]_{\alpha I} = \langle \phi^0 \rangle F_{\alpha I} \qquad \langle \phi^0 \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}}$$ **:Higgs VEV**

$$v = 246\ \mathrm{GeV}$$

- **neutrino mass**

$$-\mathcal{L}_{mass} = \frac{1}{2}(\overline{\nu_L},\ \overline{\nu_R^c})\hat{M}\begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + h.c.$$

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^{\mathrm{T}} & M_M \end{pmatrix}$$ **6×6行列**

$$M_D << M_M$$

ブロック対角化

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} 1 & \Theta \\ -\Theta^\dagger & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{M}^{bd} = \hat{U}^\dagger \hat{M} \hat{U}^* = \begin{pmatrix} M_\nu & 0 \\ 0 & M_N \end{pmatrix}$$

$$\Theta \approx M_D M_M^{-1}$$

$$\begin{cases} M_\nu \simeq -M_D M_M^{-1} M_D^{\mathrm{T}} & << M_D \\ M_N \simeq M_M \end{cases}$$

ニュートリノが微小な質量を持つ

Parameterization

$$D_\nu = U_{PMNS}^\dagger M_\nu U_{PMNS}^* = diag(m_1, m_2, m_3)$$

: active ν masses

NuFIT 3.2 (2018)

	Normal Ordering (best fit)		Inverted Ordering ($\Delta\chi^2 = 4.14$)		Any Ordering
	bfp $\pm1\sigma$	3σ range	bfp $\pm1\sigma$	3σ range	3σ range
$\sin^2\theta_{12}$	$0.307^{+0.013}_{-0.012}$	$0.272 \to 0.346$	$0.307^{+0.013}_{-0.012}$	$0.272 \to 0.346$	$0.272 \to 0.346$
$\theta_{12}/^\circ$	$33.62^{+0.78}_{-0.76}$	$31.42 \to 36.05$	$33.62^{+0.78}_{-0.76}$	$31.43 \to 36.06$	$31.42 \to 36.05$
$\sin^2\theta_{23}$	$0.538^{+0.033}_{-0.069}$	$0.418 \to 0.613$	$0.554^{+0.023}_{-0.033}$	$0.435 \to 0.616$	$0.418 \to 0.613$
$\theta_{23}/^\circ$	$47.2^{+1.9}_{-3.9}$	$40.3 \to 51.5$	$48.1^{+1.4}_{-1.9}$	$41.3 \to 51.7$	$40.3 \to 51.5$
$\sin^2\theta_{13}$	$0.02206^{+0.00075}_{-0.00075}$	$0.01981 \to 0.02436$	$0.02227^{+0.00074}_{-0.00074}$	$0.02006 \to 0.02452$	$0.01981 \to 0.02436$
$\theta_{13}/^\circ$	$8.54^{+0.15}_{-0.15}$	$8.09 \to 8.98$	$8.58^{+0.14}_{-0.14}$	$8.14 \to 9.01$	$8.09 \to 8.98$
$\delta_{CP}/^\circ$	234^{+43}_{-31}	$144 \to 374$	278^{+26}_{-29}	$192 \to 354$	$144 \to 374$
$\frac{\Delta m^2_{21}}{10^{-5}\ \mathrm{eV}^2}$	$7.40^{+0.21}_{-0.20}$	$6.80 \to 8.02$	$7.40^{+0.21}_{-0.20}$	$6.80 \to 8.02$	$6.80 \to 8.02$
$\frac{\Delta m^2_{3\ell}}{10^{-3}\ \mathrm{eV}^2}$	$+2.494^{+0.033}_{-0.031}$	$+2.399 \to +2.593$	$-2.465^{+0.032}_{-0.031}$	$-2.562 \to -2.369$	$\begin{bmatrix}+2.399 \to +2.593 \\ -2.536 \to -2.395\end{bmatrix}$

ν 湯川結合

$$\boxed{F = \frac{i}{\langle\phi^0\rangle} U_{PMNS} D_\nu^{\frac{1}{2}} \Omega M_M^{\frac{1}{2}}}$$

: Casas-Ibarra parameterization

Ω : 3×3 複素直行行列 $(\Omega^T\Omega = \mathbf{1})$

[Casas,Ibarra '01]

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta_{cp}} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta_{cp}} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta_{cp}} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta_{cp}} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta_{cp}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\alpha_{21}}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\frac{\alpha_{31}}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} s_{ij} = \sin\theta_{ij} \\ c_{ij} = \cos\theta_{ij} \end{cases}$$

: 混合角

Dirac phase

Majorana phase

Thermal history

sphaleron

$$Y_{\text{B}} = \frac{8N_f + 4N_H}{22N_f + 13N_H} Y_{\text{B-L}} = \frac{28}{79} Y_{\text{B-L}}$$

t

E

inflation

$\sim M_1$

ν_R decay

~ 100 GeV

$\mathcal{O}(1)$ MeV

BBN

$Y_B = 0$

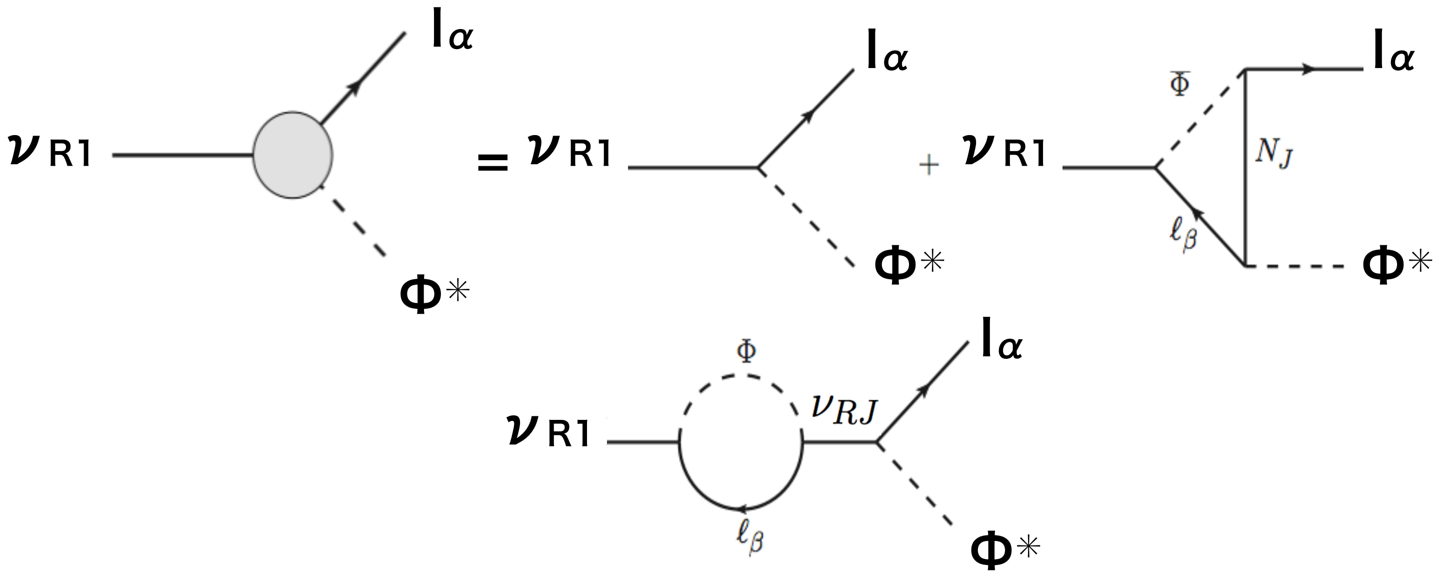
レプトン数 L を生成

$Y_B \neq 0$

バリオン数 B に転換

Leptogenesis

M.Fukugita and T.Yanagida Pays.Lett. **B174** (1986) 45



CP violating parameter

$$\varepsilon_1 \equiv \frac{\Gamma\left(\nu_{R1} \to \ell_1 + \overline{\Phi}\right) - \Gamma\left(\nu_{R1} \to \bar{\ell}_1 + \Phi\right)}{\Gamma\left(\nu_{R1} \to \ell_1 + \overline{\Phi}\right) + \Gamma\left(\nu_{R1} \to \bar{\ell}_1 + \Phi\right)}$$

$$I(x) = x^{\frac{1}{2}}\left\{1 + (1+x)\log\left(\frac{x}{1+x}\right)\right\}$$

$$J(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1-x}$$

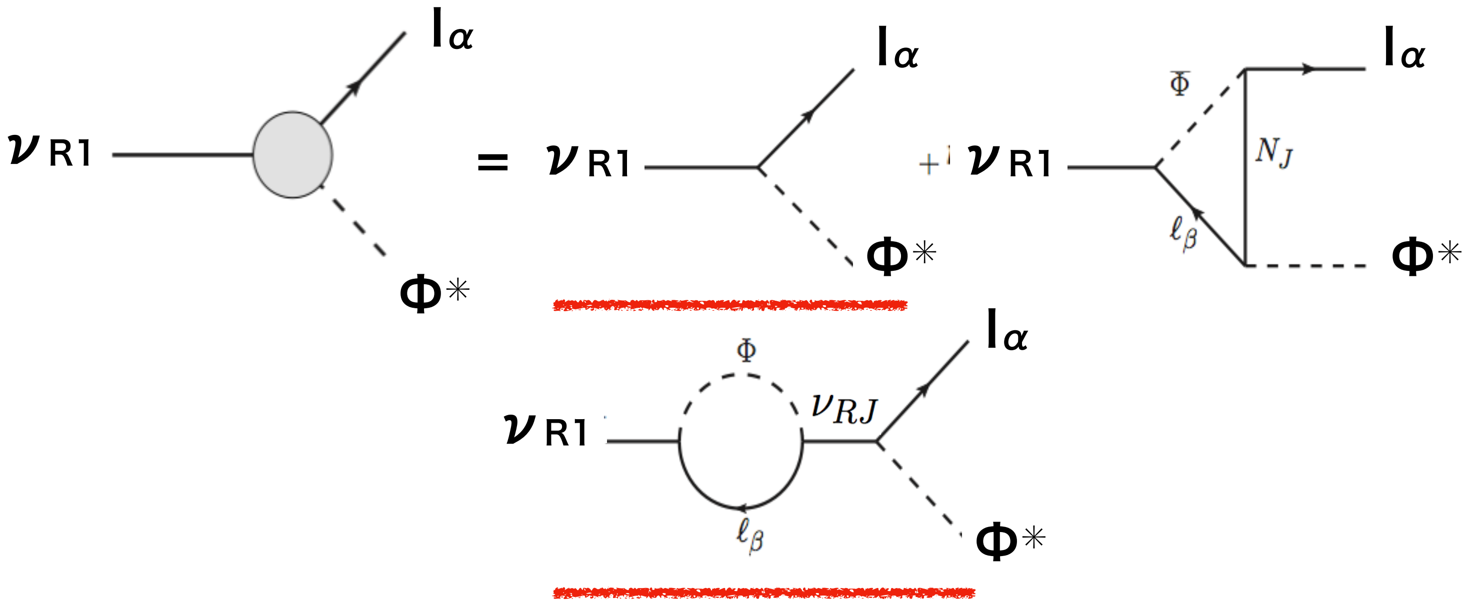
$$= \frac{1}{8\pi}\sum_{J\neq 1}\frac{\mathrm{Im}[(F^\dagger F)_{1J}]^2}{(F^\dagger F)_{11}}\left[I\left(\frac{M_J^2}{M_1^2}\right) + J\left(\frac{M_J^2}{M_1^2}\right)\right] \propto M_1$$

$$\begin{cases} I(x) \to -\frac{1}{2\sqrt{x}} \\ J(x) \to -\frac{1}{\sqrt{x}} \end{cases} \quad (x \gg 1)$$

$$(M_1 \ll M_2, M_3)$$

➡ **ε を大きくするには大きなM1が必要** $(\mathcal{O}(10^9)\ \mathrm{GeV})$

S. Davidson and A. Ibarra, Phys. Lett. **B535**, 25 (2002).



CP violating parameter

$$\varepsilon_{\alpha I} \equiv \frac{\Gamma\left(\nu_{RI} \to \ell_\alpha + \overline{\Phi}\right) - \Gamma\left(\nu_{RI} \to \overline{\ell_\alpha} + \Phi\right)}{\Gamma\left(\nu_{RI} \to \ell_I + \overline{\Phi}\right) + \Gamma\left(\nu_{RI} \to \overline{\ell_I} + \Phi\right)}$$

$$= \frac{1}{8\pi} \frac{\mathrm{Im}[F^*_{\alpha I} F_{\alpha J} (F^\dagger F)_{IJ}]}{(F^\dagger F)_{II}} \frac{M_I M_J (M_I^2 - M_J^2)}{(M_I^2 - M_J^2)^2 + A^2}$$

(J ≠ I)

regulator : $A = M_I \Gamma_I + M_J \Gamma_J$

M. Garny, A. Kartavtsev and A. Hohenegger, Annals Phys. 328 (2013) 26
S. Iso, K. Shimada, and M. Yamanaka, JHEP. 04, 062, (2014).

$$|\varepsilon_{\alpha I}|_{max} = \frac{1}{8\pi} \frac{\mathrm{Im}[F^*_{\alpha I} F_{\alpha J} (F^\dagger F)_{IJ}]}{(F^\dagger F)_{II}} \frac{M_I M_J}{2|A|}$$

$$(M_I^2 - M_J^2)^2 = (M_N \Delta M)^2 = A^2$$

M_N : M_I と M_Jの中心値
ΔM : M_I と M_Jの質量差

Parameters

Assumptions

- 二世代のRHνがシーソーとレプトン数生成の機構を担っている
- active νの一番軽い質量を0ととる
- ω_{IJ}が実数(CPの破れの起源がアクティブνセクターのみにある)

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_{23} & \sin\omega_{23} \\ 0 & -\sin\omega_{23} & \cos\omega_{23} \end{pmatrix} \quad (\text{for NH}) \qquad \begin{pmatrix} \cos\omega_{12} & \sin\omega_{12} & 0 \\ -\sin\omega_{12} & \cos\omega_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{for IH})$$

- Input parameters: θ_{ij}, Δm^2_{ij} (中心値) [NuFIT(2018)]

パラメータ
- Activeν : δ_{CP}, α_{21}-α_{31}: NH (α_{21}: IH)
- Sterileν : Reω_{23} : NH (Reω_{12} : IH)

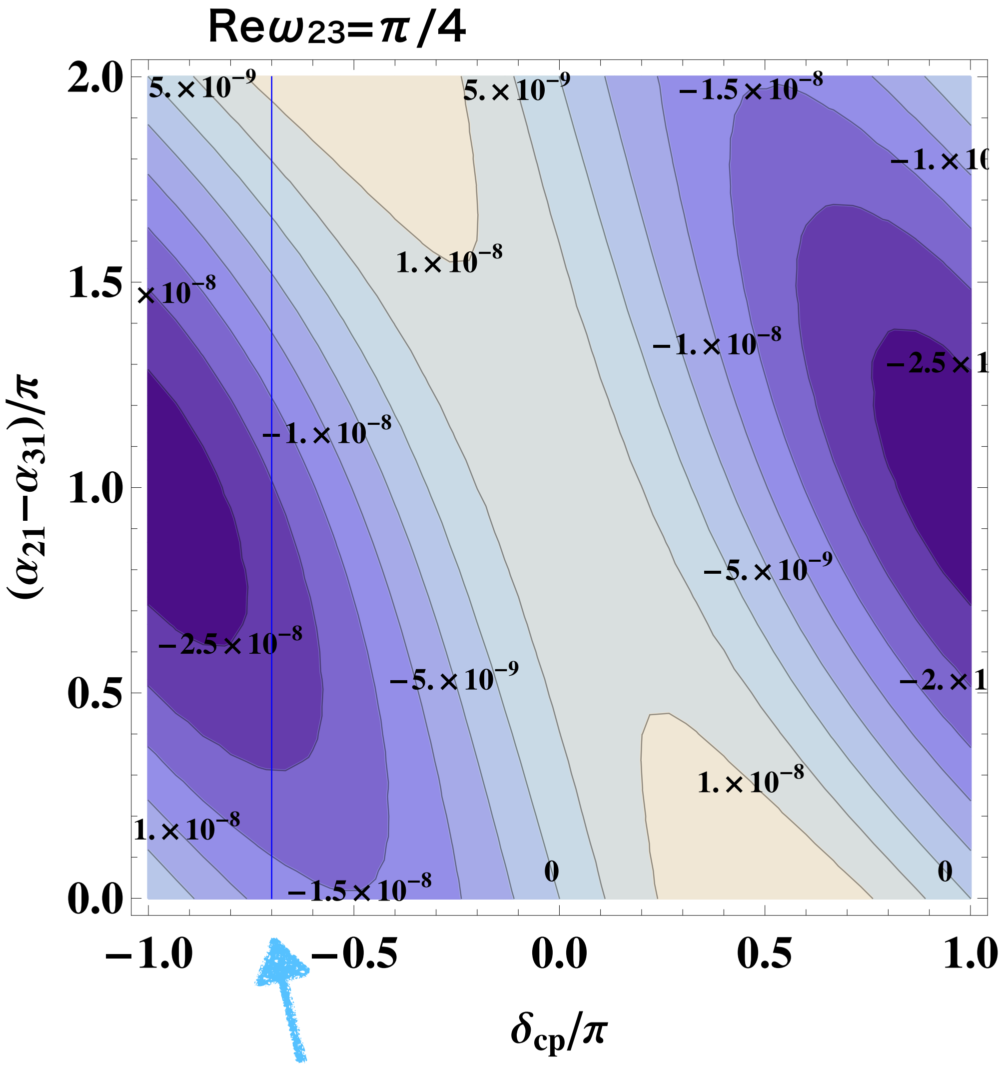
- パラメータごとに最大となるBAUの生成量を見積もる(常にΔMを最小にする)

$$M_N = 1\ \text{TeV}$$

$$\Delta M = \frac{M_I\Gamma_I + M_J\Gamma_J}{2M_N}$$

δ_{cp} and Majorana phase

NH case



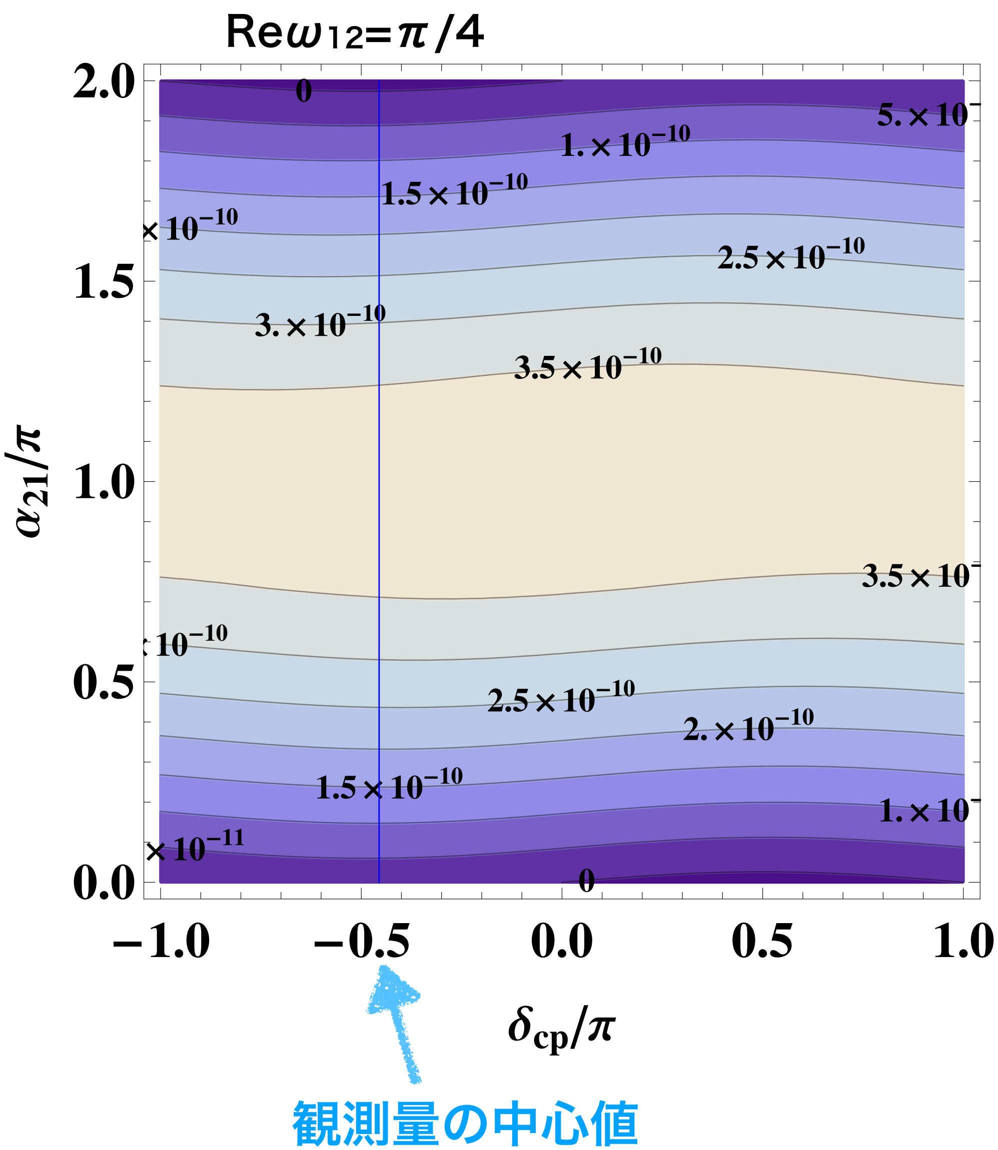
観測量の中心値

- Y_Bの最大値は$O(10^{-8})$
- baryon asymmetry の生成量はDirac phase(δ_{cp})とMajorana phaseの両方に依存する。

加速器ニュートリノ実験(T2K、…)によりDirac phase を決定することは、baryon asymmetry を予言する上で重要なinput になる。

δ_{cp} and Majorana phase

IH case



- Y_Bの最大値は$O(10^{-10})$
- baryon asymmetry の生成量はDirac phase(δ_{cp})にほとんど依存しない。
- Dirac phase(δ_{cp})だけではbaryon asymmetryを説明することはできない。

➡ **バリオン数非対称性の観測量によりMajorana phase に制限が与えられる。**

0νββ decay

- シーソー機構では、アクティブνはMajorana fermion になる
- Majorana fermionだとレプトン数が破れている
- レプトン数が破れていると、ニュートリノを伴わない二重ベータ崩壊が起きる(0νββ崩壊)

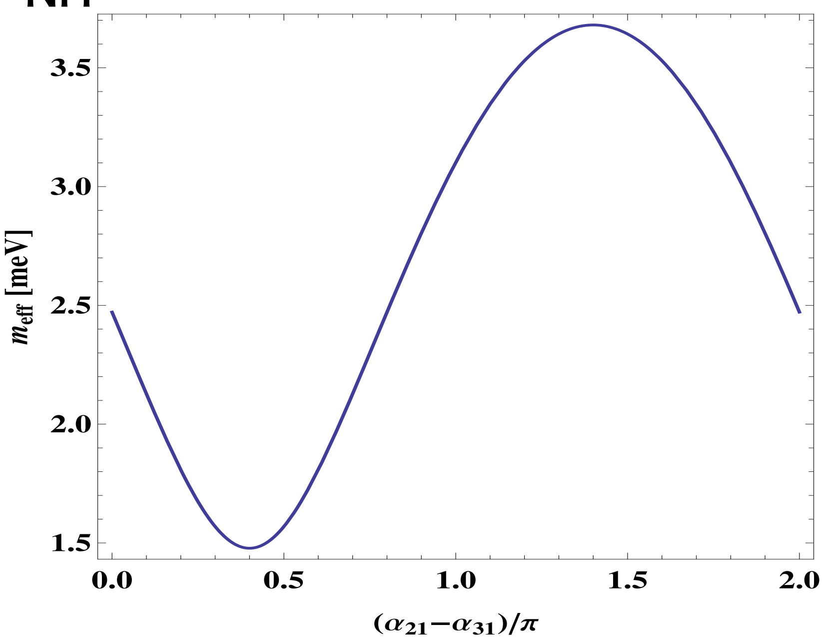
$$(A,Z) \rightarrow (A,Z+2)+2e^-$$

Effective neutrino mass of 0νββ

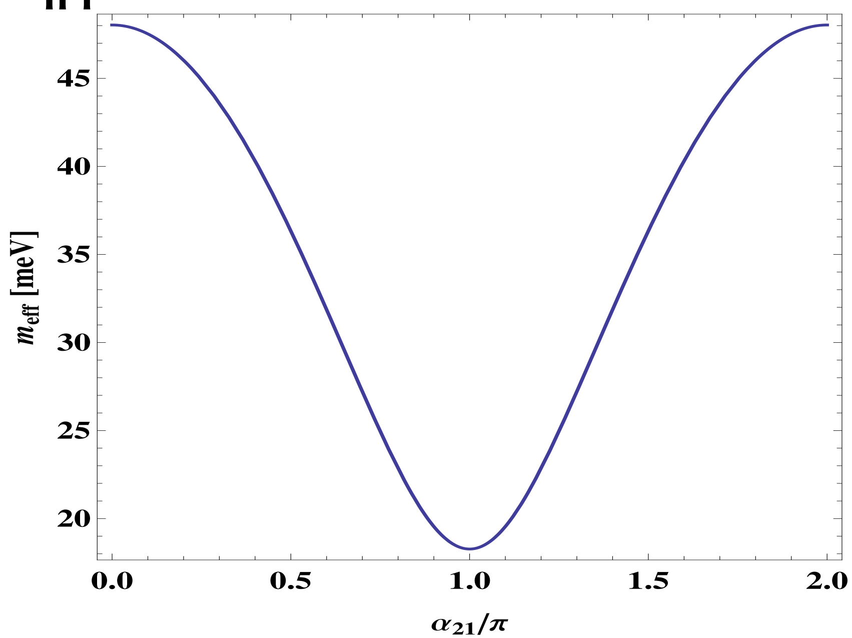
$$\Gamma_{0\nu\beta\beta} \propto m_{\mathrm{eff}}^2$$

$$m_{\mathrm{eff}} = \left| \sum_i m_i U_{ei}^2 \right|$$

NH

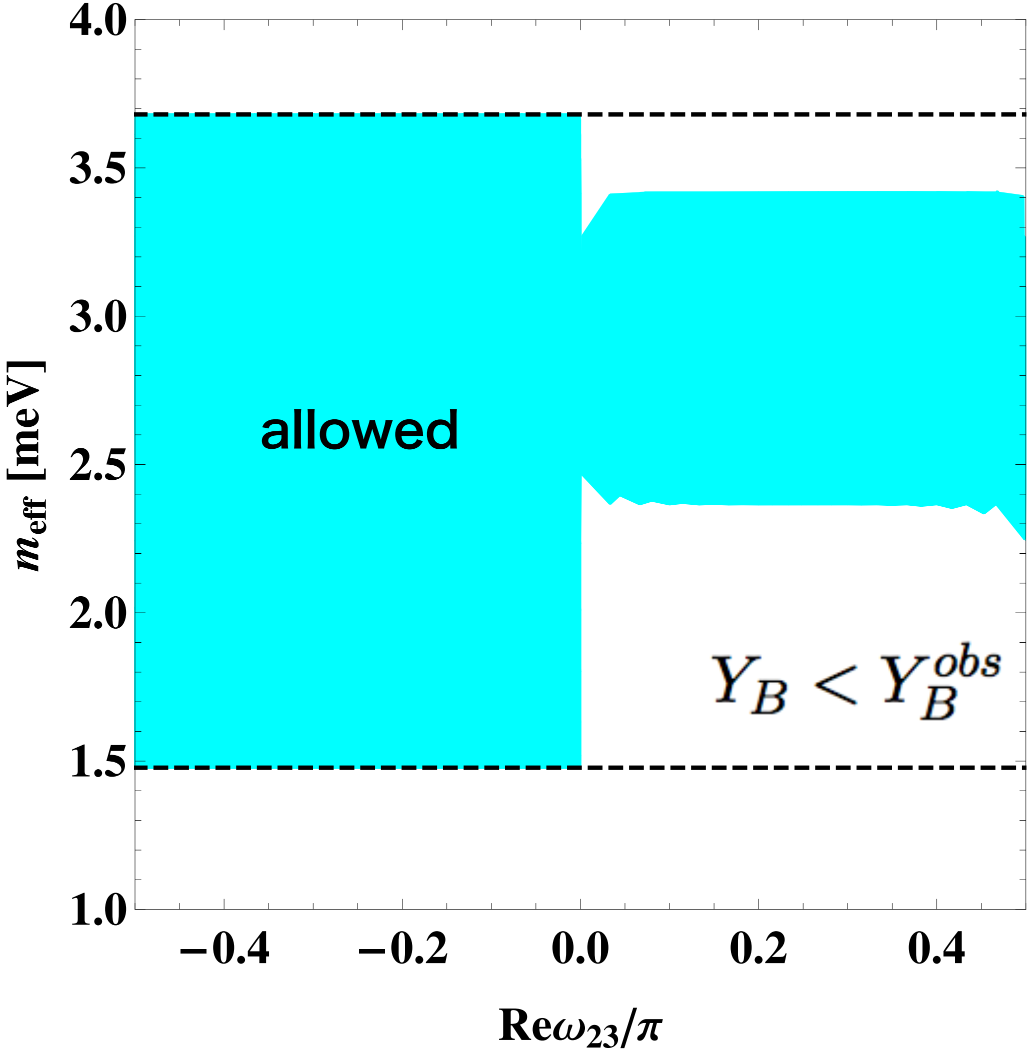


IH



0νββ decayの有効質量への影響

NH case



BAUが$m_{\rm eff}$に与える制限

BAUの条件を課さなければ点線の間の領域全てが許される

Reω_{23}<0 の時:

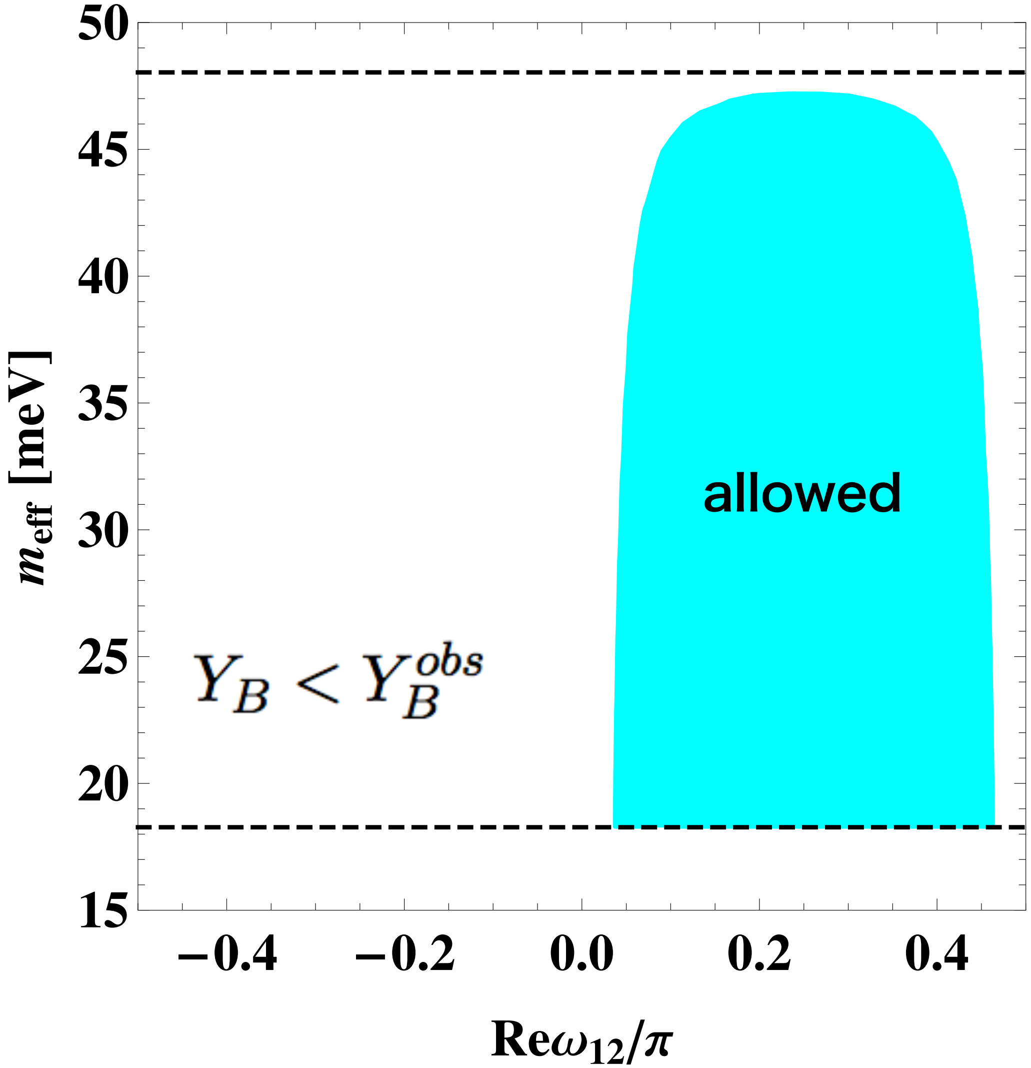
$m_{\rm eff}$ の範囲は影響を受けない

Reω_{23}>0 の時:

BAUから$m_{\rm eff}$には上限と下限がつく

0νββ decayの有効質量への影響

IH case



BAUが$m_{\rm eff}$に与える制限

BAUの条件を課さなければ点線の間の領域全てが許される

$\mathrm{Re}\omega_{23}>0$ の時のみBAUを説明できる

BAUにより$m_{\rm eff}$には上限が存在する

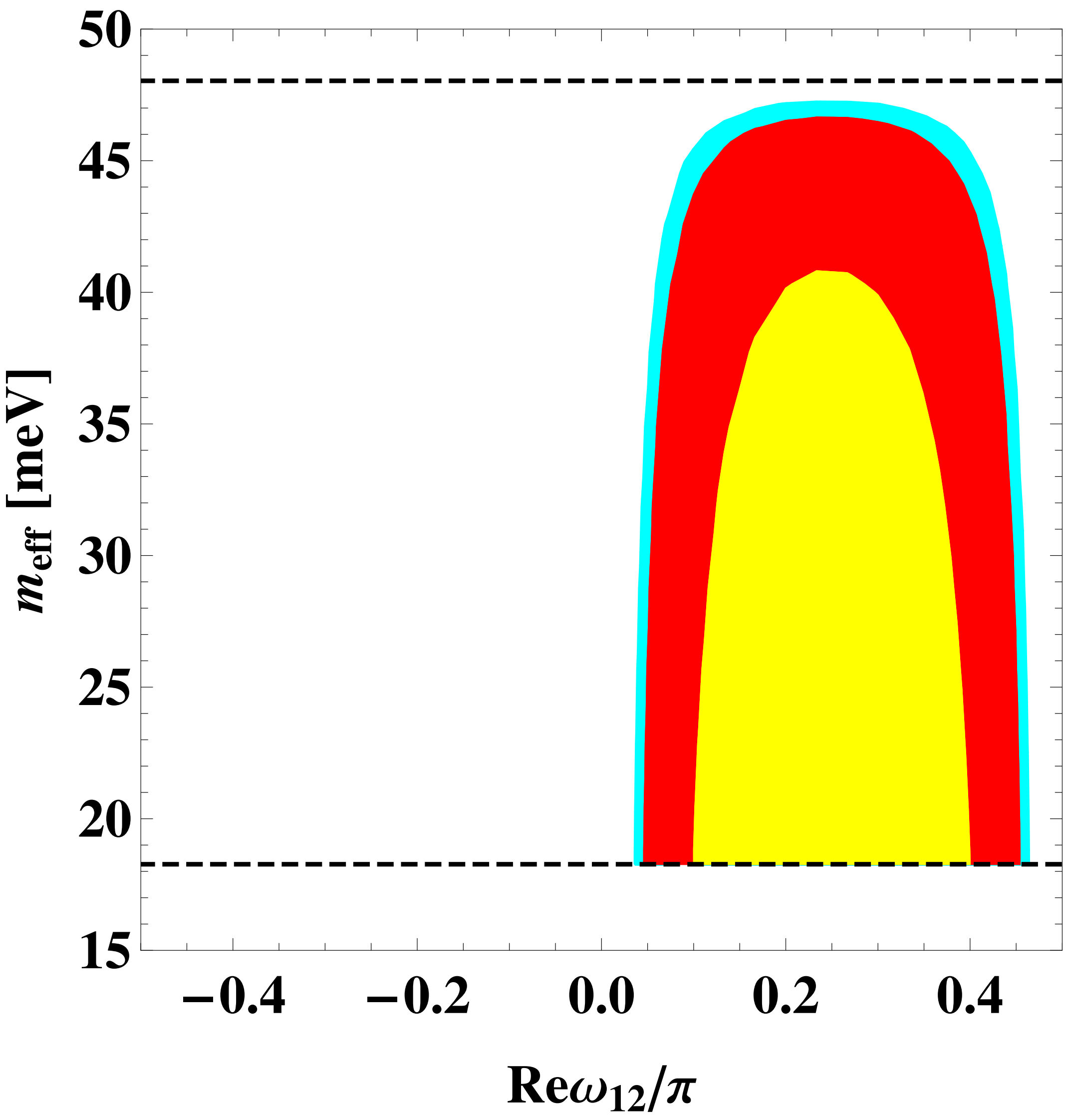
Summary

- TeVスケールの共鳴レプトン数生成機構を考えた.
- 右巻きニュートリノの質量がTeVスケールであっても、BAUを説明するのに十分なバリオン数が生成できることがわかった.
- バリオン数非対称性がPMNS行列に含まれるCPVパラメータとどのように相関しているかを示した.
- $0\nu\beta\beta$崩壊のニュートリノ有効質量の範囲はバリオン数非対称性の観測量を説明するために制限されることを示した。

Back up

0νββ decay

IH case



BAUがm_{eff}に与える制限

BAUの条件を課さなければ点線の間の領域全てが許される

$\mathrm{Re}\,\omega_{23}>0$ の時のみBAUを説明できる

m_{eff}には上限が存在する

ΔMを最小のときより少し大きくするとm_{eff}の上限は、より下がる

Im(F^4)

m_3=0

$$\Im[F^*_{\alpha 1}F_{\alpha 2}(F^\dagger F)_{12}] = \frac{M_1 M_2}{\langle\Phi\rangle^4}\frac{1}{2}\Big[(\cancel{m_1{}^2|U_{\alpha 1}|^2 - m_2{}^2|U_{\alpha 2}|^2)\sin 2\Re\omega_{12}\sinh 2\Im\omega_{12}}$$

$$+\sqrt{m_1 m_2}\{\cancel{(m_1+m_2)\Re[U^*_{\alpha 1}U_{\alpha 2}]\cos 2\Re\omega_{12}\sinh 2\Im\omega_{12}}$$

$$+(m_1-m_2)\Im[U^*_{\alpha 1}U_{\alpha 2}]\sin 2\Re\omega_{12}\cosh 2\Im\omega_{12}\}\Big]$$

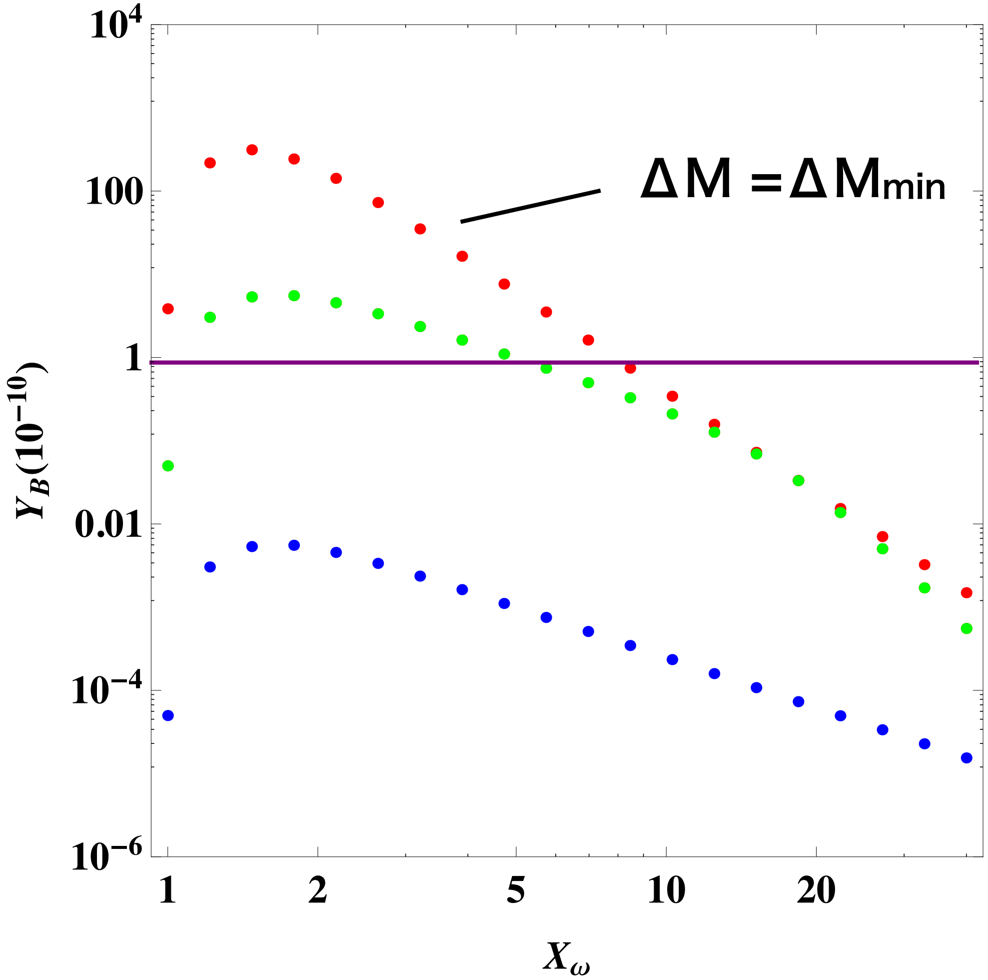
$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}\mathrm{e}^{-i\delta_{cp}} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}\mathrm{e}^{i\delta_{cp}} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}\mathrm{e}^{i\delta_{cp}} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}\mathrm{e}^{i\delta_{cp}} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}\mathrm{e}^{i\delta_{cp}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{i\frac{\alpha_{21}}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{i\frac{\alpha_{31}}{2}} \end{pmatrix}$$

ε_1(Normal hierarchy)

m_1=0

$$\Im\left[F^*_{\alpha 2}F_{\alpha 3}\left(F^\dagger F\right)_{23}\right] = \frac{M_2 M_3}{\langle\Phi\rangle^4}\frac{1}{2}\left[\left(m_2^2\left|U_{\alpha 2}\right|^2 - m_3^2\left|U_{\alpha 3}\right|^2\right)\sin 2\Re\omega_{23}\sinh 2\Im\omega_{23}\right.$$
$$+\sqrt{m_2 m_3}\left\{(m_2+m_3)\,\Re\left[U^*_{\alpha 2}U_{\alpha 3}\right]\cos 2\Re\omega_{23}\sinh 2\Im\omega_{23}\right.$$
$$\left.\left.+(m_2-m_3)\,\Im\left[U^*_{\alpha 2}U_{\alpha 3}\right]\sin 2\Re\omega_{23}\cosh 2\Im\omega_{23}\right\}\right]$$

dependence on Imω(IH case)



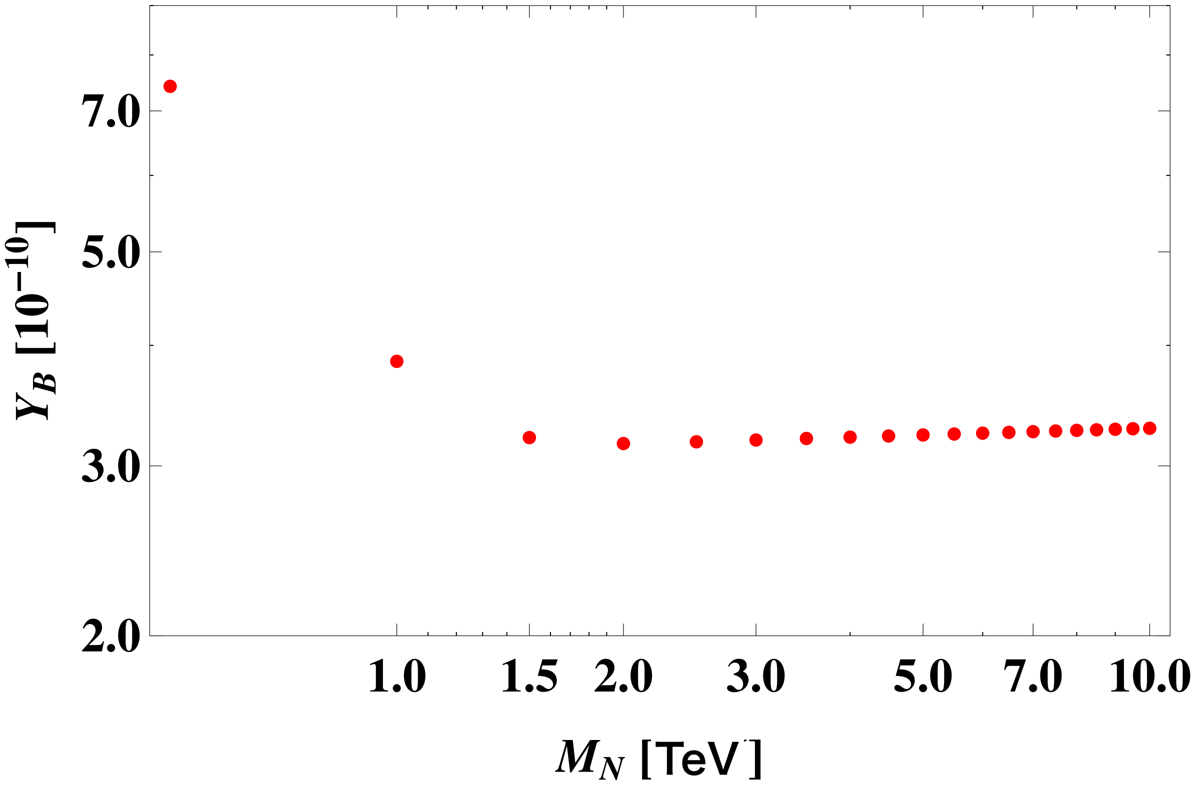
$\mathrm{Im}\,\omega \gg 1$

$F \propto X_\omega = e^{\mathrm{Im}\,\omega}$

$X\omega \sim O(1)$

sufficient baryon number can be generated

dependence on M_N



When ΔM is minimized,

$M_N > 1.5$ TeV

Y_B is almost independent on M_N.

$M_N < 1.5$ TeV

Wash out effect is not effective.

Boltzmann equation

$$\frac{dY_{N_I}}{dz} = -\frac{z}{sH(M_1)}\left\{\left(\frac{Y_{N_I}}{Y_{N_I}^{eq}}-1\right)\left(\gamma_{N_I}+2\gamma_{N_It}^{(1)}+4\gamma_{N_It}^{(2)}\right)\right.$$
$$\left.+\sum_J\left(\frac{Y_{N_I}}{Y_{N_I}^{eq}}\frac{Y_{N_J}}{Y_{N_J}^{eq}}-1\right)\left(\gamma_{N_IN_J}^{(1)}+\gamma_{N_IN_J}^{(2)}\right)\right\}$$

$$\frac{dY_{X_\alpha}}{dz} = -\frac{z}{sH(M_1)}\left\{\sum_I\left(\frac{Y_{N_I}}{Y_{N_I}^{eq}}-1\right)\varepsilon_I^\alpha\gamma_{N_I}+\sum_\beta\left[\sum_I\left(\frac{1}{2}\left(C_{\alpha\beta}^\ell-C_\beta^\Phi\right)\gamma_{N_1}^\alpha\right.\right.\right.$$
$$+\left(C_{\alpha\beta}^\ell\frac{Y_{N_I}}{Y_{N_I}^{eq}}-\frac{C_\beta^\Phi}{2}\right)\gamma_{N_1t}^{(1)\alpha}+\left(2C_{\alpha\beta}^\ell-\frac{C_\beta^\Phi}{2}\left(1+\frac{Y_{N_I}}{Y_{N_I}^{eq}}\right)\right)\gamma_{N_1t}^{(2)\alpha}\Bigg)$$
$$\left.\left.+\sum_\gamma\left(\left(C_{\alpha\beta}^\ell+C_{\gamma\beta}^\ell-2C_\beta^\Phi\right)\left(\gamma_N^{(1)\alpha\gamma}+\gamma_N^{(2)\alpha\gamma}\right)+\sum_{I,J}\left(C_{\alpha\beta}^\ell-C_{\gamma\beta}^\ell\right)\gamma_{N_IN_J}^{(1)\alpha\gamma}\right)\right]\frac{Y_{X_\beta}}{Y^{eq}}\right\}$$

$$C^\ell = \frac{1}{711}\begin{pmatrix}-211 & 16 & 16\\ 16 & -211 & 16\\ 16 & 16 & -211\end{pmatrix}, \qquad C^\Phi = \frac{8}{79}\begin{pmatrix}1, & 1, & 1\end{pmatrix}$$

Equilibration temperatures

T_{ss}	2.4×10^{13} GeV	strong sphaleron
T_{ws}	1.8×10^{12} GeV	weak sphaleron
T_b	4.2×10^{12} GeV	bottom-quark Yukawa
T_c	3.8×10^{11} GeV	charm-quark Yukawa
T_s	2.5×10^{9} GeV	strange-quark Yukawa
T_u	1.9×10^{6} GeV	up-quark Yukawa
T_d	8.8×10^{6} GeV	down-quark Yukawa
T_τ	3.7×10^{11} GeV	τ-lepton Yukawa
T_μ	1.3×10^{9} GeV	μ-lepton Yukawa
T_e	3.1×10^{4} GeV	electron Yukawa

Table 1. Equilibration temperatures T_X for Yukawa- and instanton-mediated SM processes. Methods of the calculations and uncertainties are discussed in the text. Partial equilibration is relevant when the freeze-out of the lepton asymmetry happens at temperatures between T_X and $20\,T_X$.

B. Garbrecht and P. Schwaller, JCAP **1410** (2014) no.10, 012

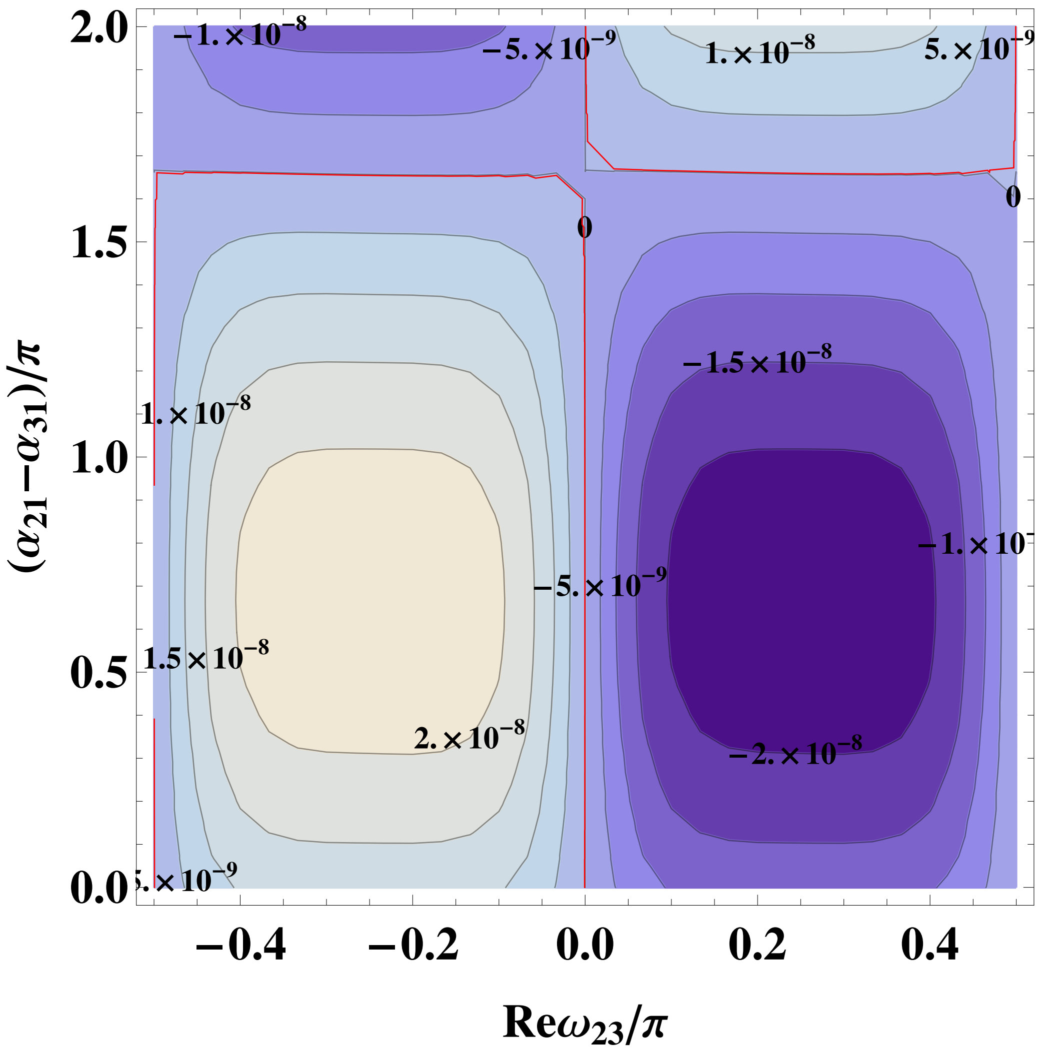
Outlook

- We will investigate the impact of quantum effect and right-handed neutrino oscillation on yield of baryon asymmetry by using Kdanoff-Baym equation.
- We want to investigate other CP-violating process with this model.

Reω and Majorana位相

NH case

δcp = 234° (中心値)

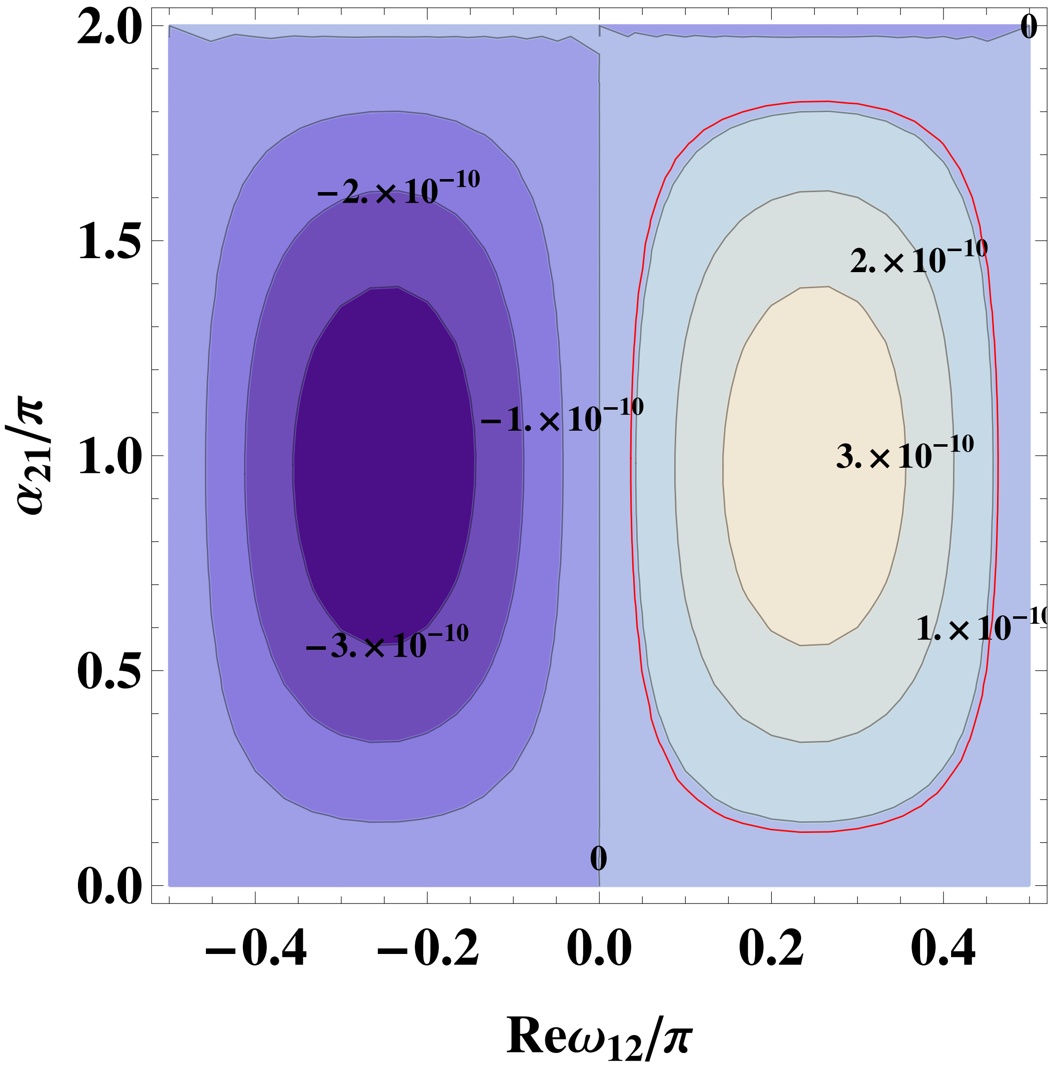


- 最大でY_B~O(10^{-8})生成される
- 赤い線で囲まれるよりも内側の領域でBAUは説明可能
- Reω_{23}<0とReω_{23}>0の両方でBAUの観測値を説明できる領域が存在

Reω and Majorana位相

IH case

δcp = 278° (中心値)



- 最大でY_B~O(10^{-10})生成される
- 赤い線で囲まれるよりも内側の領域でBAUは説明可能
- Reω_{12}>0のみにBAUの観測値を説明できる領域が存在

Parameterization

$$D_\nu = U^\dagger_{PMNS} M_\nu U^*_{PMNS} = diag(m_1, m_2, m_3)$$: active ν masses

$$\begin{aligned} D_\nu &= U^\dagger_{PMNS} M_\nu U^*_{PMNS} \\ &= -U^\dagger_{PMNS} M_D M_M^{-1} M_D^{\mathrm{T}} U^*_{PMNS} \\ &= -\langle\phi^0\rangle^2 U^\dagger_{PMNS} F M_M^{-1} F^{\mathrm{T}} U^*_{PMNS} \end{aligned}$$

$$\mathbf{1} = \underbrace{(-i\langle\phi^0\rangle D_\nu^{-\frac{1}{2}} U^\dagger_{PMNS} F M_M^{-\frac{1}{2}})}_{=\Omega} \underbrace{(-i\langle\phi^0\rangle M_M^{-\frac{1}{2}} F^{\mathrm{T}} U^*_{PMNS} D_\nu^{-\frac{1}{2}})}_{=\Omega^{\mathrm{T}}}$$

ν湯川結合

$$F = \frac{i}{\langle\phi^0\rangle} U_{PMNS} D_\nu^{\frac{1}{2}} \Omega M_M^{\frac{1}{2}}$$

: Casas-Ibarra parameterization

Ω **: 3×3 複素直行行列** $(\Omega^{\mathrm{T}}\Omega = \mathbf{1})$

[Casas,Ibarra '01]